

TFY4165 Termisk fysikk Løsningsforslag 1. desember 2022

1E) Trykk er en intensiv størrelse.

2D) $N = pV/k_B T = 1.013 \cdot 10^5 \cdot 0.004 / 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 = 10^{23}$

3A) $N = nN_A = (4000/18) \cdot 6.02 \cdot 10^{23} = 1.3 \cdot 10^{26}$

4D) $dp/p = -(mg/R)dz/(T_0 - \alpha z)$. Etter integrasjon fra $p(0)$ til $p(z)$ på venstre side og fra $z = 0$ til z på høyre side finner vi

$$p(z) = p(0) \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right)^{mg/R\alpha}.$$

Innsetting av tallverdiene $T_0 = 290$ K, $\alpha = 0.007$ K/m, $z = 10^4$ m, $m = 0.029$ kg/mol, $g = 9.81$ m/s² og $R = 8.314$ J/mol K gir $p(10^4) = 0.26$ atm.

Kommentar: I forelesningene brukte vi en konstant middeltemperatur 260 K. Det gir praktisk talt samme verdi for trykket 10 km over bakken.

5D) $\Delta L = \alpha_L L \Delta T = 1.50 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 80$ cm = 0.24 cm. Det gir et areal $A = (20.24)^2$ cm² = 410 cm²

6F) $\Delta V/V = -\kappa_T \Delta p = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 60 \cdot 10^5 = 0.003$

7E) $W = \int_{V_D}^{V_B} p(V) dV = \int_{p_B}^{p_D} (nRT/p) dp$ siden $dV = -(nRT/p^2) dp$. Dermed, med $n = 1$:
 $W = RT \ln(p_D/p_B) = 8.314 \cdot 273 \cdot \ln(1061/936) = 285$ J

8B) Varmer er en prosessvariabel, ikke en tilstandsfunksjon.

9F) 1 kcal/mol = $(4184/6.02 \cdot 10^{23})$ J = 43.4 meV

10B) Arbeid utført av systemet i de 4 delprosessene, der vi starter med den isobare utvidelsen og følger kretsprosessen med klokka: $W_1 = 3p_0V_0$, $W_2 = 2p_0V_0$, $W_3 = -p_0V_0$, $W_4 = -2p_0V_0$. Totalt $W = 2p_0V_0$. Høyest temperatur $T_{\max} = 1200$ K der $p = 3p_0$ og $V = 2V_0$, slik at $6p_0V_0 = RT_{\max}$. Dermed: $W = RT_{\max}/3 = 3.3$ kJ

11C) Lavest temperatur der $p = p_0$ og $V = 2V_0$, dermed 400 K.

12F) Isentropisk utvidelse: $Q = 0$. 1. hovedsetning gir da $W = -\Delta U$. Her er $\gamma = C_p/C_V = 7/5$ som med $C_p - C_V = R$ for 1 mol ideell gass gir $C_V = 5R/2$. Dermed: $W = -C_V \Delta T = -2.5R\Delta T = 4.16$ kJ

13F) Med ett mol enatomig gass: $H = U + pV = U + RT = (3/2)RT + RT = (5/2)RT$. Dermed er $\Delta H = 2.5R\Delta T = -2.08$ kJ

14D) Ettersom $H = H(T)$ for ideell gass, er T konstant når H er konstant

15D) Tilført arbeid pr sekund er $W = 275 - 250 = 25$ J, slik at effektfaktoren er $\varepsilon_K = 250/25 = 10$

16F) Bruk av generelt uttrykk for dS i formelvedlegget gir for 1 mol ideell gass:

$$\Delta S = \frac{3R}{2} \ln(T_1/T_0) + R \ln(V_1/V_0).$$

Videre er $V_1/V_0 = T_1 p_0 / T_0 p_1$ slik at

$$\Delta S = \frac{3R}{2} \ln(350/300) + R \ln(350 \cdot 3/300 \cdot 2.5),$$

dvs $\Delta S = 4.72 \text{ J/K}$

17E) Med konstant volum er $\Delta S = C \ln(T/T_0)$ for hver av de to blokkene. Her er T felles slutttemperatur, mens T_0 er starttemperaturen til en gitt blokk. Total entropiendring er dermed

$$\Delta S_{\text{tot}} = C \ln(450/300) + C \ln(450/600) = C \ln(45^2/1800) = 0.1178C.$$

Med $C = 910 \text{ J/K}$ blir dette 107 J/K .

18A) Ifølge Boltzmann: $\Omega_4 = 1$, $\Omega_2 = 6$, $(S_2 - S_4)/k_B = \ln 6 - \ln 1 = \ln 6 = 1.79$

19F) $P_{500}/P_{250} = \Omega_{500}/\Omega_{250} = 250!750!/500!500!$. Vi tar logaritmen til dette uttrykket, bruker Stirlings formel og får $250 \ln 250 + 750 \ln 750 - 1000 \ln 500 \simeq 130.8$. Dermed er $P_{500}/P_{250} = \exp(130.8) \simeq 6 \cdot 10^{56}$

20E) $V/N = k_B T/p = 10626 \text{ nm}^3$, slik at $L = (V/N)^{1/3} = 22 \text{ nm}$

21B) $\langle K_{\text{trans}} \rangle = (3/2)k_B T$ uavhengig av massen

22B) $v_{\text{rms}} = \sqrt{3k_B T/m}$, dermed $\sqrt{18/44} = 0.64$

23F) $pV \rightarrow 2p \cdot V/2 = pV$ gir uendret T

24B) $RT_0 = (a/50b^2 + a/100b^2) \cdot (9b) = 27a/100b$,
 $RT_1 = (a/25b^2 + a/25b^2) \cdot (4b) = 8a/25b = 32a/100b$, dvs $\Delta T = T_1 - T_0 = 5a/100Rb = a/20Rb$
(Slutt-tilstanden her er strengt tatt et superkritisk fluid, ettersom $p_c = a/27b^2$ og $T_c = 8a/27Rb$.)

25C) $p = RT/V = (8.314 \cdot 301/0.88 \cdot 10^{-3}) \text{ Pa} = 28.4 \text{ bar}$

26B) $p = RT/(V - b) - a/V^2 = 20.0 \text{ bar}$

27E) Væskevolumet V_v må være større enn b . Videre er kritisk volum $V_c = 3b$ større enn V_v ved en lavere temperatur enn T_c . Dvs $b < V_v < V_c$, og dermed 0.149 L .

28A) $T_c = 8a/27Rb = 356 \text{ K}$

29E) $v_{\text{rms}} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 301/0.044} = 413 \text{ m/s}$

30B) $C_V = N \cdot R/2$, dvs $N = 2C_V/R = 15.7 \simeq 16$

31A)

$$p(85.5) = p(231) \cdot \exp((19000/8.314) \cdot (1/231 - 1/85.5)) = 5 \text{ mPa}.$$

Ikke helt uventet er dette et stykke unna eksperimentell verdi 0.1 mPa. Parametrene a og b er typisk tilpasset trykk og temperatur i kritisk punkt.

32B) Fra formelvedlegget er van der Waals inversjonskurven bestemt av $\tilde{p} = -3t^2 + 4t - 1$. Her er $\tilde{p} = pb^2/a$ og $t = \sqrt{RbT/2a}$. Innsetting av $T = 301 \text{ K}$ og oppgitte verdier for a og b gir $p = 44 \text{ bar}$. Med andre ord, propan vil gi avkjøling ved 20 bar.

33C) Fra $dH = TdS + Vdp$ følger at

$$T = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_p ; \quad V = \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_S.$$

Derav følger at

$$\left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_S$$

34C) $P_n = e^{-n}/Z$ og $Z = 1/e + 1/e^2 + 1/e^3 = 0.553$. Dermed er $P_1 = 0.665$, $P_2 = 0.245$ og $P_3 = 0.090$

35D) Med $k_B T \gg E_0$ er de tre tilstandene like sannsynlige. Midlere energi pr partikkel er da $2E_0$.

36F) Det er $720/18 = 40 \text{ mol H}_2\text{O}$ pr kg Dødehavsvann, og det er $280/58.45 = 4.79 \text{ mol NaCl}$. Og dermed 9.58 mol med ioner i alt. Molbrøken av tilsatt stoff er da $x_s = 9.58/49.58 = 0.193$. Frysepunktet er dermed nedsatt med $\Delta T = RT_0^2 x_s / l = (8.314 \cdot 273^2 \cdot 0.193 / 6.0 \cdot 10^3) \text{ K} = 20 \text{ K}$, så det blir is på overflaten ved 20 kuldegrader. Så kaldt er det vel aldri på den kanten.

37F)

$$\phi = 70\% \cdot \exp((51000/8.314)(1/273 - 1/268) - (45000/8.314)(1/273 - 1/298)) = 9\%$$

38D) Stasjonær varmestrøm når $\sigma(T_3^4 - T_2^4) = \sigma(T_2^4 - T_1^4)$, dvs $T_2 = [0.5(T_1^4 + T_3^4)]^{1/4} = 360 \text{ K}$

39A) Seriekobling av tre varmemotstander. Fouriers lov på samme form som Ohms lov: $\Delta T = R \cdot P$. Dermed:

$$P = 50 / (0.200/0.037 + 0.012/0.048 + 0.012/0.13) = 8.7 \text{ W}$$

40B) Det er $4^2 = 16$ mulige veier, hvorav 4 gir $r = 0$, 8 gir $r = \sqrt{2} \cdot 50 \text{ cm}$ og 4 gir $r = 100 \text{ cm}$. Rms-avstanden er dermed $\sqrt{0.25 \cdot 0 + 0.50 \cdot 2 \cdot 50^2 + 0.25 \cdot 100^2} \text{ cm} = \sqrt{2500 + 2500} \text{ cm} = 71 \text{ cm}$.