

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
 Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:
 Navn: Emil J. Samuelsen
 Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

Tirsdag 5. desember 2000
 Tid: 0900 – 1400

Tillatte hjelpemiddel: Rottmann: Matematisk formelsamling.
 Lommekalkulator

For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei fem deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølger

$$\text{Effekt: } P = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v$$

Lydbølger

$$\text{Fart: Fluidum: } v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}, \text{ Ideell gass: } K = \gamma P_0, \text{ Faststoff: } v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}} \text{ og } (E/\rho)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Intensitet: } I = \frac{1}{2} \rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_m^2}{\rho_0 v}$$

Doppler-effekt:

$$\text{klassisk: } v_D \text{ og } v_s \text{ er valde positive i same retning: } f' = f \frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$$

relativistisk:

$$f' = f \cdot \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Maxwells likningar:

$$\oint_{\epsilon_r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} ; \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 ; \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_m}{dt} ; \oint \frac{1}{\mu_r} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_c}{dt} \right)$$

Interferens: N-bølger $I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølger.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	66,72 pN · m ² /kg ²
	def		
standard tyngdeakselerasjon	g _n	=	9,806 65 m/s ²
lysfarten i tomt rom	c	=	299,792 458 Mm/s
	def		
tomromspermeabiliteten	μ ₀	=	4π · 10 ⁻⁷ H/m = 1,256 637 061 44 μH/m
tomromspermittiviteten	ε ₀	=	(c ² μ ₀) ⁻¹ = 8,854 187 82 pF/m
elementærladningen	e	=	1,60 2189 · 10 ⁻¹⁹ C
	e'	=	4,803 242 · 10 ⁻¹⁰ ese
Planck-konstanten	h	=	6,626 18 · 10 ⁻³⁴ Js = 4,135 70 feV · s
	ħ	=	h/2π = 1,054 589 · 10 ⁻³⁴ Js
		=	0,658 218 feV · s
molar gasskonstant	R	=	8,314 41 J/(mol · K)
molart volum for idealgass ved			
p ₀ = 1 atm	V ₀	=	RT ₀ /p ₀ = 22,4138 dm ³ /mol
= 101,325 kPa			
og T ₀ = 273,15 K			
Avogadro-konstanten	N _A	=	6,022 045 · 10 ²³ mol ⁻¹
Boltzmann-konstanten	k _B	=	R/N _A = 1,380 66 · 10 ⁻²³ J/K
Faraday-konstanten	F	=	N _A e = 96,484 56 kC/mol
Stefan-Boltzmann-			
konstanten	σ	=	π ² k ⁴ /(60 ħ ³ c ²) = 56,703 nW/(m ² K ⁴)
finstrukturkonstanten	α	=	μ ₀ ce ² /2ħ = e' ² /(ħc)
		=	1/137,036 04 = 7,297 351 · 10 ⁻³
Rydberg-konstanten	R _∞	=	e ⁴ m _e /(8 ε ₀ ² ħ ³ c) = 1,097 373 18 · 10 ⁷ m ⁻¹
Bohr-radien	a ₀	=	4π ε ₀ ħ ² /(m _e e ²) = α/(4π R _∞) = ħ ² /(m _e e' ²)
		=	52,917 71 pm
elektronradien	r _e	=	μ ₀ e ² /(4πm _e) = e' ² /(m _e c ²) = 2,817 938 fm
	def		
atommasseenheten	u	=	$\frac{10^{-3}}{N_A}$ kg / mol = 1,660 566 · 10 ⁻²⁷ kg
elektronet	m _e	–	9,10 9530 · 10 ⁻³¹ kg
protonet	m _p	=	1,672 649 · 10 ⁻²⁷ kg
nøytronet	m _n	=	1,674 954 · 10 ⁻²⁷ kg
hydrogenatomet	m(¹ H)	=	1,673 559 · 10 ⁻²⁷ kg
deuteriumatomet	m(² H)	=	3,344 548 · 10 ⁻²⁷ kg
heliumatomet	m(⁴ He)	=	6,646 585 · 10 ⁻²⁷ kg

Oppgave 1

Eit skip med radaranlegg går med jamn fart v_s i ei bestemt retning (x-retninga). Anlegget består av to like radarantennar som står ved sida av kvarandre i avstand d i y-retninga. Antennene sender med jamn styrke, på same frekvens f , men der kan vere ein regulerbar faseforskjell δ mellom dei.

- a) Vis at intensiteten observert i retning θ i forhold til framoverretninga er gitt ved

$$I = 4 I_0 \cos^2(\varphi + \delta/2)$$

der I_0 er intensiteten ein ville ha observert ved same punktet dersom det var berre ei antenne, $\varphi = \pi(d/\lambda)\sin\theta$ og λ er bølglengda.

- b) Rekn ut retningane θ for alle maksima av utstrålt intensitet, når $f = 1,224 \cdot 10^9$ Hz, $\delta = 0$ og $d = 0,50$ m.
- c) Ein fartskontroll-stasjon er plassert midt i skipsleia langt framfor skipet. Der har dei ein radarsendar med ei antenne med presis same frekvens som den skipet nyttar. Dei har òg ein mottakar som kan plasserast bak sendaren (dvs. litt lenger borte frå skipet).

Forklar korleis dei kan nytte sveving til å registrere farten til skipet, og bestem svevefrekvensen når skipet har ein fart på 14,4 km/h.

Oppgave 2

- a) Still opp energi-uttrykk og derav Schrödingerlikninga for hydrogenatomet. (Ein kan anta at massen av protonet (hydrogen-kjernen) er mykje større enn elektron-massen m).

Løysingane for bølgefunksjonen $\psi(r, \theta, \varphi)$ kan separerast i tre faktorar $R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi)$, der dei tre variable førekjem i kvar sin faktor.

Nokre løysingar er gitt i tabell 1.

- b) Forklar og kommenter dei tre kvantetalla n , l og m_l som opptrer, og beskriv (kort og kvalitativt) den romlege forma av bølgefunksjonane for s-, p- og d-orbitalar.
- c) Bruk tabell 1 til å finne eit uttrykk for forventingsverdien $\langle r \rangle$ av avstanden frå kjernen for elektronet i 2s-tilstanden.

Oppgave 3 Svar på fire av fem deloppgaver.

- a) Lydnivåforskjellen observert i avstandar r_1 og r_2 frå ei punktkjelde er oppgitt å vere 13 dB. Kva er forholdet mellom r_1 og r_2 dersom ein antar at der ikkje er absorpsjon (tap) av lyd-energi på vegen?
- b) Brytingsindeksen for eit materiale er oppgitt å vere bølglengd-avhengig etter formelen

$$n = a + b/\lambda^2$$

der $a = 1.577$ og $b = 1.78 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$ og λ er vakuum-bølgjelengda. Lysfarten c i materialet er gitt ved $c = c_0/n$ der c_0 er vakuumlysarten. Finn fasefarten v_F og gruppefarten v_G i mediet for bølgjelengda 630 nm.

c) Forklar kort korleis vinkel-oppløysinga i eit optisk instrument er diffraksjonsavgrensa.

d) Kva forstår vi med Fermi-energien i eit system av frie elektron? Utlei uttrykket

$$E_F = \frac{\hbar}{2m} \left(3 n_e \pi^2 \right)^{2/3}.$$

e) Vi har ein (tenkt) eindimensjonal boks med lengd L , og med uendeleg høge potensialbarrierar ved $x = 0$ og $x = L$. Utlei at eigenenergien er

$$E_n = \hbar^2 \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \cdot n^2 = E_0 \cdot n^2$$

Vi skal plassere elektron (dvs. fermion med spinn $\frac{1}{2}$) i boksen.

Kva blir uttrykket for total-energien for systemet (ved $T = 0^\circ\text{K}$) når der er

eitt elektron?

to elektron?

tre elektron?