

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
 Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:

Namn: Emil J. Samuelsen

Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

Mandag 12. august 2002

Tid: 0900 – 1400

Sensurfrist 31.8 2002

Tillatte hjelpemiddel: Type C, Rottmann: Matematisk formelsamling.
 Enkel lommekalkulator

Ein integraltabell finst i Vedlegg 1.

For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei fem deloppgavene.

Oppgitte formalar og data:

Mekaniske bølger

Effekt: $P = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v$ Fart: $v = (S/\mu)^{1/2}$

Lydbølger

Fart : Fluidum : $v = (K/\rho_0)^{1/2}$, Ideell gass : $K = \gamma P_0$, Faststoff : $v = (G/\rho)^{1/2}$ og $(E/\rho)^{1/2}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2} \rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_m^2}{\rho_0 v}$

Doppler-effekt:

klassisk: v_D og v_s er valde positive i same retning: $f' = f \frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$

relativistisk: $f' = f \cdot \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c} \right)^{1/2}$

Maxwells likningar:

$$\oint \epsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} ; \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 ; \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} ; \oint \frac{1}{\mu_r} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_c}{dt} \right)$$

Interferens: N- bølger $I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølger.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	66,72 pN · m ² /kg ²
	def		
standard tyngdeakselerasjon	g _n	=	9,806 65 m/s ²
lysfarten i tomt rom	c	=	299,792 458 Mm/s
	def		
tomromspermeabiliteten	μ ₀	=	4π · 10 ⁻⁷ H/m = 1,256 637 061 44 μH/m
tomromspermittiviteten	ε ₀	=	(c ² μ ₀) ⁻¹ = 8,854 187 82 pF/m
elementærladningen	e	=	1,60 2189 · 10 ⁻¹⁹ C
	e'	=	4,803 242 · 10 ⁻¹⁰ ese
Planck-konstanten	h	=	6,626 18 · 10 ⁻³⁴ Js = 4,135 70 feV · s
	ħ	=	h/2π = 1,054 589 · 10 ⁻³⁴ Js
		=	0,658 218 feV · s
molar gasskonstant	R	=	8,314 41 J/(mol · K)
molart volum for idealgass ved			
p ₀ = 1 atm	V ₀	=	RT ₀ /p ₀ = 22,4138 dm ³ /mol
= 101,325 kPa			
og T ₀ = 273,15 K			
Avogadro-konstanten	N _A	=	6,022 045 · 10 ²³ mol ⁻¹
Boltzmann konstanten	k _B	=	R/N _A = 1,380 66 · 10 ⁻²³ J/K
Faraday-konstanten	F	=	N _A e = 96,484 56 kC/mol
Stefan-Boltzmann-			
konstanten	σ	=	π ² k ⁴ /(60 ħ ³ c ²) = 56,703 nW/(m ² K ⁴)
finstrukturkonstanten	α	=	μ ₀ ce ² /2ħ = e' ² /(ħc)
		=	1/137,036 04 = 7,297 351 · 10 ⁻³
Rydberg-konstanten	R _∞	=	e ⁴ m _e /(8 ε ₀ ² ħ ³ c) = 1,097 373 18 · 10 ⁷ m ⁻¹
Bohr-radien	a ₀	=	4π ε ₀ ħ ² /(m _e e ²) = α/(4π R _∞) = ħ ² /(m _e e' ²)
		=	52,917 71 pm
elektronradien	r _e	=	μ ₀ e ² /(4πm _e) = e' ² /(m _e c ²) = 2,817 938 fm
	def		
atommasseenheten	u	=	$\frac{10^{-3}}{N_A}$ kg / mol = 1,660 566 · 10 ⁻²⁷ kg
elektronet	m _e	=	9,10 9530 · 10 ⁻³¹ kg
protonet	m _p	=	1,672 649 · 10 ⁻²⁷ kg
nøytronet	m _n	=	1,674 954 · 10 ⁻²⁷ kg
hydrogenatomet	m(¹ H)	=	1,673 559 · 10 ⁻²⁷ kg
deuteriumatomet	m(² H)	=	3,344 548 · 10 ⁻²⁷ kg
heliumatomet	m(⁴ He)	=	6,646 585 · 10 ⁻²⁷ kg

Oppgave 1

a) (10 poeng)

Ein stråle av planbølgjer av lys med bølgjelengd $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ blir sendt loddrett inn mot eit plant optisk gitter (stort antall smale opningar) med avstand $d = 5 \mu\text{m}$ mellom opningane. Bestem avbøyingvinkelen θ for minst to av dei diffrakterte bølgene. Kor mange diffraksjonsmaksima blir der i alt?

b) (10 poeng)

Forklar kva ein forstår med ståande bølger, og beskriv og bevis matematisk at ein kan oppfatte ei ståande bølge som ein sum av to lineære, harmoniske bølger. Utlei avstanden mellom knutar, uttrykt ved bølgjelengda.

c) (10 poeng)

Drøft kva som skjer dersom ein plasserer eit plant gitter (for elektro-magnetiske bølger) med gitterplanet loddrett på strålen i eit område der det er ståande elektromagnetiske bølger. Har det betydning akkurat kor gitteret blir plassert?

Oppgave 2

Kvantemekanisk partikkel i kvadratisk og i firkanta potensial:

a) (10 poeng)

Ein kvantemekanisk partikkel med masse m i eit kvadratisk potensial $U(x) =$

$$\frac{1}{2}Kx^2 \quad (\text{"ein harmonisk oscillator"}) \quad \text{har eigen-energiar}$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\sqrt{\frac{K}{m}}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \text{ og tilhørande eigen-funksjonar}$$

$$\psi_{n=0} = A_0 e^{-\beta x^2}$$

$$\psi_{n=1} = A_1 x e^{-\beta x^2}$$

for dei to lågaste energi-tilstandane, der $\beta = \frac{1}{(mK)^2 / (2\hbar)}$.

Still opp Schrödinger-likninga for partikkelen og vis at bølgefunksjonane og energi-uttrykka stemmer for *første eksiterte tilstand*.

b) (10 poeng)

Skriv opp uttrykket for sannsynlighetsfordelinga $P(x)$ for partikkelen under punkt a) når den er i *første eksiterte tilstand*, og lag ei skisse av $P(x)$. Koordinatane for minste og største sannsynlighet bli slik: $x_{\min}$ blir 0 og $\pm\infty$ for der det er minst sannsynleg, og $x_{\max}$ blir $\pm (2\beta)^{-1/2}$ for der det mest sannsynleg at partikkelen er. Vis at det stemmer.

c) (10 poeng)

Ein annan partikkel, også med masse m , er i ein firkant-brønn med brønn-breidd L (dvs. potensialet $U(x) = \infty$ for området av x utanfor brønnen, og $U(x) = 0$ innafor brønnen). Kor stor må L vere (uttrykt ved β) for at koordinaten for størst sannsynlighet $P(x)$ ved *første eksiterte tilstand* skal ligge ved same x (målt frå midt i potensialet) for dei to tilfella?

Oppgave 3 Svar på fire av dei fem oppgavene.

a) (10 poeng)

Eit medium for bølger er oppgitt å vere dispersivt, med følgjande relasjon mellom bølgefart v og vinkelfrekvens ω ($\omega > 0$):

$$v = \frac{v_0}{1 + c\omega}$$

der v_0 og c er konstante parameter. Skissér dispersjonsrelasjonen (dvs. ω som funksjon av bølge-repetens).

Utlei uttrykk for gruppefarten v_g som funksjon av vinkelfrekvensen ω .

b) (10 poeng)

Eit eindimensjonalt kvantemekanisk system er oppgitt å ha bølgefunksjonen

$$\psi = \begin{cases} A \cdot e^{-ax} & \text{for } x > 0 \\ A \cdot e^{+ax} & \text{for } x < 0 \end{cases} \quad (a > 0)$$

Bestem konstanten A uttrykt ved a dersom ψ er normalisert, og finn uttrykk for forventingsverdien av x^2 . Utval av integral i Vedlegg 1.

c) (10 poeng)

Beskriv kort korleis ein kan forstå hovudtrekka i det periodiske systemet av grunnstoffa utifrå den kvantemekaniske beskrivelsen av hydrogen-atomet.

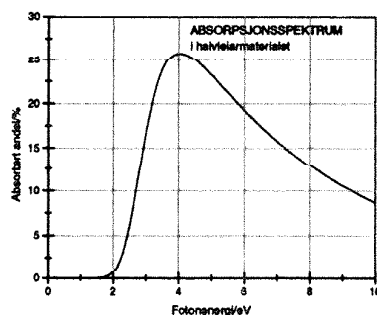
d) (10 poeng)

Det blir skapt ein elektronstråle ved at elektron blir akselerert av ei elektrisk spenning på $V = 130$ volt. Etter akselerasjonen er strålen einsretta.

Strålen blir sendt inn mot eit krystall-gitter som inneheld gitterplan med planavstand d . Forklar korfor elektronstrålen vil gjennomgå ein diffraksjonsprosess, og rekn ut tre mulige vinklar mellom innfallande og diffraktert stråle-retningar, når $d = 0.18$ nm.

e) (10 poeng)

Ei tynn skive av eit halvleiararmateriale absorberer lys (som funksjon av foton-energien for lyset, målt i eV) som vist på figuren. Kan ein av figuren ha begrunna mening om kor stort bandgapet E_g er? Grunngi svaret.



Kva er bølglengda for lyset der absorpsjonen er størst?

Vedlegg 1 Tabell over enkelte integral

Table A.3: Some useful definite integrals.

$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n! \text{ (n integer)}$	
$\int_0^{\infty} \frac{xe^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6} - 1$	$\int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$
$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + e^x} = \ln 2$	$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi}$
$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$	$\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$
$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\pi}$	$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$
$\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi}$	$\int_0^{\infty} x^5 e^{-x^2} dx = 1$
$\int_0^{\infty} x^6 e^{-x^2} dx = \frac{15}{16} \sqrt{\pi}$	$\int_0^{\infty} x^7 e^{-x^2} dx = 3$
$\int_0^{\infty} x \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \left(\frac{a}{\pi}\right)^2 \int_0^{\pi} \zeta \sin^2 \zeta d\zeta = \frac{a^2}{4}$	