

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
 Institutt for fysikk

Fagleg kontakt under eksamen:

Navn: Emil J. Samuelsen

Tlf.: 93412

EKSAMEN I FAG SIF4022 FYSIKK 2

Tirsdag 7. desember 1999

Tid: 0900 – 1400

Tillatte hjelpemiddel: Rottmann: Matematisk formelsamling.

Lomme kalkulator

For oppgave 3 skal kandidaten velje å svare på fire av dei seks deloppgavene.

Oppgitte formlar og data:

Mekaniske bølger

Effekt: $P = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v$

Lydbølger

Fart: Fluidum: $v = (K/\rho_0)^{\frac{1}{2}}$, Ideell gass: $K = \gamma P_0$, Faststoff: $v = (G/\rho)^{\frac{1}{2}}$ og $(E/\rho)^{\frac{1}{2}}$

Intensitet: $I = \frac{1}{2} \rho_0 s_m^2 \omega^2 v = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_m^2}{\rho_0 v}$

Doppler-effekt:

klassisk: v_D og v_s er valde positive i same retning: $f' = f \frac{1 - v_D/v}{1 - v_s/v}$

relativistisk:

$$f' = f \cdot \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Maxwells likningar:

$$\oint_{\epsilon_r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} ; \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 ; \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} ; \oint \frac{1}{\mu_r} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_c}{dt} \right)$$

Interferens: N- bølger $I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\phi}{2} N}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$ der ϕ er fasevinkelforskjell mellom nabobølger.

Diffraksjon: Enkeltspalte $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ der $\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ved loddrett innfall.

FYSISKE KONSTANTAR

gravitasjonskonstanten	G, f	=	66,72 pN · m ² /kg ²
	def		
standard tyngdeakselerasjon	g _n	=	9,806 65 m/s ²
lysfarten i tomt rom	c	=	299,792 458 Mm/s
	def		
tomromspermeabiliteten	μ ₀	=	4π · 10 ⁻⁷ H/m = 1,256 637 061 44 μH/m
tomromspermittiviteten	ε ₀	=	(c ² μ ₀) ⁻¹ = 8,854 187 82 pF/m
elementærladningen	e	=	1,60 2189 · 10 ⁻¹⁹ C
	e'	=	4,803 242 · 10 ⁻¹⁰ ese
Planck-konstanten	h	=	6,626 18 · 10 ⁻³⁴ Js = 4,135 70 feV · s
	ħ	=	h/2π = 1,054 589 · 10 ⁻³⁴ Js
		=	0,658 218 feV · s
molar gasskonstant	R	=	8,314 41 J/(mol · K)
molart volum for idealgass ved			
p ₀ = 1 atm	V ₀	=	RT ₀ /p ₀ = 22,4138 dm ³ /mol
= 101,325 kPa			
og T ₀ = 273,15 K			
Avogadro-konstanten	N _A	=	6,022 045 · 10 ²³ mol ⁻¹
Boltzmann-konstanten	k _B	=	R/N _A = 1,380 66 · 10 ⁻²³ J/K
Faraday-konstanten	F	=	N _A e = 96,484 56 kC/mol
Stefan-Boltzmann-			
konstanten	σ	=	π ² k ⁴ /(60 ħ ³ c ²) = 56,703 nW/(m ² K ⁴)
finstrukturkonstanten	α	=	μ ₀ ce ² /2ħ = e' ² /(ħc)
		=	1/137,036 04 = 7,297 351 · 10 ⁻³
Rydberg-konstanten	R _∞	=	e ⁴ m _e /(8 ε ₀ ² ħ ³ c) = 1,097 373 18 · 10 ⁷ m ⁻¹
Bohr-radien	a ₀	=	4π ε ₀ ħ ² /(m _e e ²) = α/(4π R _∞) = ħ ² /(m _e e' ²)
		=	52,917 71 pm
elektronradien	r _e	=	μ ₀ e ² /(4πm _e) = e' ² /(m _e c ²) = 2,817 938 fm
	def		
atommasseenheten	u	=	$\frac{10^{-3}}{N_A}$ kg/mol = 1,660 566 · 10 ⁻²⁷ kg
elektronet	m _e	=	9,10 9530 · 10 ⁻³¹ kg
protonet	m _p	=	1,672 649 · 10 ⁻²⁷ kg
nøytronet	m _n	=	1,674 954 · 10 ⁻²⁷ kg
hydrogenatomet	m(¹ H)	=	1,673 559 · 10 ⁻²⁷ kg
deuteriumatomet	m(² H)	=	3,344 548 · 10 ⁻²⁷ kg
heliumatomet	m(⁴ He)	=	6,646 585 · 10 ⁻²⁷ kg

Oppgave 1

- a) Utlei bølgløstlikninga for bølger på ei snor (eller ein streng) som har stramming ("tension") S og lineær massetetthet μ (i kg/m).
- b) Skriv opp bølgløstlikninga i tre dimensjonar for generell bølge med bølgefart v (generalisering frå ein-dimensjonalt tilfelle), og vis *enten* at den gjeld for ei harmonisk planbølge, *eller* for ei harmonisk kulebølge (der amplituden avtar som den inverse av avstanden r frå bølgesentret).
- c) Tre like kulebølgekjelder er plasserte etter kvarandre på ei linje med avstand d mellom den midtre og dei to andre. (Vi kan velje eit koordinatsystem med origo i den midterste kjelda og z -akse langs sambandslinja mellom kjeldene.) Bølgjene har same vinkelfrekvens ω , og blir utsendte i fase.

Utlei uttrykk for resulterande intensitet i store avstandar $r \gg d$ frå bølgekjeldene, og drøft kort korleis intensiteten vil fordele seg som funksjon av retningane (bruk gjerne skisser).

- d) Eit optisk gitter består av ei gjennomskinnelig plate dekt med eit tynt lag av absorberande stoff som der er laga smale, parallelle striper i , med stripetetthet N striper per mm ($N \gg 1$). To parallelle, men uavhengige, monokromatiske lystrålar, av utstrekning 1 mm, med bølglengder λ_1 og λ_2 , blir sendte loddrett inn mot plata slik at dei treffer same området på plata. Strålane er like sterke.

Finn minste avbøyingvinkel $\theta_{\min}$ for at dei diffrakterte strålane av dei to bølglengdene er oppløyste frå kvarandre (dvs. slik at ein akkurat kan identifisere dei), når $N = 500$ og $\lambda_1 = 588 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 599 \text{ nm}$.

Oppgave 2

- a) Eit elektron er plassert i ein *tre-dimensjonal* boks ("firkant-brønn") av kubisk form med sidekantar L . Potensialet utanfor boksen er uendeleg høgt.

Still opp tidsuavhengig Schrödinger-likning, og vis at løysinga ψ kan separerast i tre faktorar for tilsvarende ein-dimensjonale problem (Det krevst ikkje full utleiing med gjennom-rekning av alle detaljar, men ei klar antydning om framgangsmåten og kva form løysingane har).

- b) Forklar kort kva ein meiner med Fermi-energien for elektron i metall, og forklar korleis ein kan utleie at frie-elektron-modellen gir eit uttrykk

$$E_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_e)^{2/3}$$

ved temperaturen $T = 0$.

- c) Utlei at mulige energiar for elektronet i boksen etter oppgave 2a) blir av form

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m L^2} \cdot n^2$$

Rekn ut energien for grunntilstanden og første eksiterte tilstand når $L = 1 \text{ nm}$ (tallsvaret i elektronvolt). Jmfør med Fermi-energien for eit metall med same elektrontetthet.

- d) Beskriv kort fenomenet "kvantemekanisk tunnelering" (engelsk "tunnelling") av partiklar.

Oppgave 3 (Kandidaten skal svare på fire av dei seks deloppgavene)

- a) Det blir skapt ein elektronstråle ved at elektron blir akselerert av ei elektrisk spenning på $V = 100 \text{ volt}$. Etter akselerasjonen er strålen einsretta.

Strålen blir sendt inn mot eit krystall-gitter som inneheld gitterplan med planavstand d .

Forklar korfor elektronstrålen vil gjennomgå ein diffraksjonsprosess, og rekn ut tre mulige vinklar mellom innfallande og diffraktert stråle-retningar, når $d = 0,18 \text{ nm}$.

- b) Beskriv bølgefunksjonane ("orbitalane") for hydrogen-atomet i tilstandane $n = 1$ og $n = 2$, og forklar korleis dei dannar utgangspunkt for å forstå kovalente kjemiske bindingar.

- c) Ein bølgepuls har gaussisk form $f(t) = A \cdot e^{-a(t-t_0)^2}$. Pulsbreidda kan representerast ved $\Delta t =$ breidda ved halve maksimalverdien.

Vis at pulsen svarar til ein gaussisk frekvensfordeling, og at med frekvensbreidda $\Delta\omega$ definert tilsvarande, gjeld at $\Delta t \cdot \Delta\omega \simeq 2\pi$, (i samsvar med "bandbreidde-teoremet").

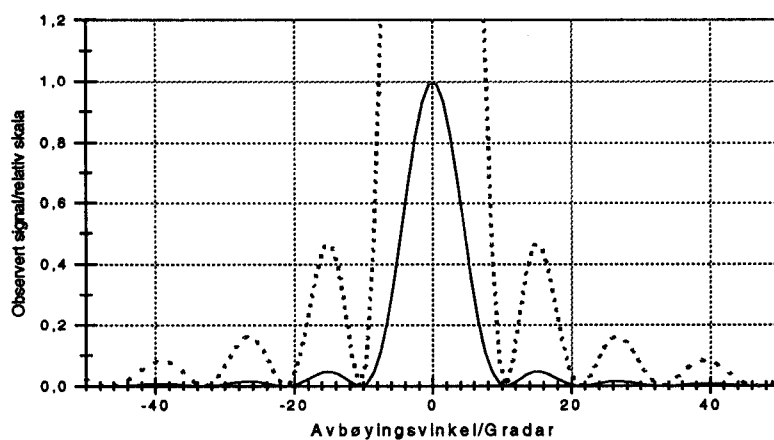
- d) Eit materiale i form av elastiske stavar har bølgefart $v = 5300 \text{ m/s}$. To slike stavar, med litt ulike lengder $L_1 = 100 \text{ cm}$ og $L_2 = 99 \text{ cm}$, er begge oppspente i midtpunkta sine, med endane frie.

Bestem frekvensane for dei bølgefenaena ein kan observere når dei to oppspente stavane samtidig blir sette i svingingar i luft.

- e) Koherent lys med bølglengd $\lambda = 514,5 \text{ nm}$ blir sendt loddrett inn mot ein skjerm som har ei spalte med opning d . Lysmønstrer ein observerer i lang avstand bak skjermen er vist på figuren (neste side).

Kva er verdien for d (omtrentleg)?

- f) Sjå teksten i oppgave 3e): Utlei ein formel som beskriv intensiteten i figuren.



Til oppgave 3e) og 3f): Heil kurve: Observert signal. Prikka kurve: Observert signal multiplisert med ein faktor 10.