



Faglig kontakt under eksamen:
Professor Arne Brataas
Telefon: 73593647

Eksamen i TFY4170 Fysikk 2

August 2006

?–?

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Godkjent lommekalkulator.

K. Rottman: *Matematisk formelsamling*

Barnett and Cronin: *Mathematical formulae*

Sist i dette oppgavesettet er det gitt noen relasjoner som muligens kan være til nytte under eksamen. Kandidaten må selv tolke disse.

Merk: Hver del-oppgave teller like mye.

Dette oppgavesettet er på 2 sider.

Oppgave 1. Kvantemekanikk

Vi ser i denne oppgaven på en partikkel som kan bevege seg i én dimensjon og som er i en stasjonær tilstand. Vi antar at partikkelen er bundet av et kvadratisk potensial

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2, \quad (1)$$

der k er fjærkonstanten. Bølgefunksjonen skrives som $\Psi(x, t) = \psi(x) \exp(-iEt/\hbar)$, der E er energien til partikkelen, x er posisjonen, t er tiden, $\hbar = h/(2\pi)$ og h er Plancks konstant. Vi ser på en tilstand der, $\psi(x)$, den romlige delen av bølgefunksjonen er gitt ved

$$\psi(x) = Ax \exp -\frac{x^2}{2a^2}, \quad (2)$$

a er en konstant med dimensjon lengde og A er en normaliseringskonstant.

- a) Bestem konstanten a slik at bølgefunksjonen $\psi(x)$ er en energi egentilstand. Hva er energien til partikkelen?
- b) Bestem normaliseringskonstanten A . Hva er forventningsverdien til posisjonen for denne partikkelen?

Oppgave 2. Bølgefysikk

- a) Vi ser på bølger som beveger seg i en retning. To ulike bølgekilder (1 og 2) gir opphav til de enkelte del-bølgene

$$f_1(x) = A_1 \exp kx - \omega t, \quad (3)$$

$$f_2(x) = A_2 \exp kx - \omega t, \quad (4)$$

der A_1 er amplituden til den første bølgen, A_2 er amplituden til den andre bølgen, k er bølgetallet og ω er bølgefrekvensen.

Hva blir intensiteten til den totale bølgen som er et resultat av de to bølgekildene dersom

a) bølgene er koherente og b) bølgene er inkoherente?

- b) En bølge er gitt ved bølgefunksjonen

$$f(x) = \cos(b\sqrt{\omega}x - \omega t), \quad (5)$$

der ω er frekvensen til bølgen og b er en konstant. Hva er bølgehastigheten og gruppehastigheten til bølgen? I hvilken retning beveger bølgen seg?

Oppgave 3. Materialfysikk

- a) Anta at vi har et system der de to laveste en-partikkel-tilstandene er henholdsvis $\psi_1(\mathbf{r})$ med egen-energi E_1 og $\psi_2(\mathbf{r})$ med egen-energi E_2 . Hva er den laveste egen-energien E og den tilhørende bølgefunksjonen $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ for et to-partikkel-system med koordinater $\mathbf{r}_1$ og $\mathbf{r}_2$ dersom a) de to partiklene er bosoner og b) de to partiklene er fermioner. Vi ser bort fra partiklenes spinn.
- b) Vi skal studere et én-dimensjonalt metall av lengde L ved null temperatur. Vi ser bort fra elektronets spinn og antar at elektronene ikke vekselvirker med hverandre. Elektron-tilstandene er gitt ved

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp ikx \quad (6)$$

og vi benytter periodiske grensebetingelser slik at vi krever $\psi(x) = \psi(x + L)$. Hva er tettheten av tilstander på Fermi-nivået for dette metallet?

Oppgitt:

Noen integraler som kan være nyttige:

$$\int_{-\infty}^{\infty} du \exp -u^2 = \sqrt{\pi} \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} du u^2 \exp -u^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} du u^4 \exp -u^2 = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} \quad (9)$$