



Faglig kontakt under eksamen:
Stipendiat Jørn Foros
Telefon: 94388444

Eksamen i TFY4170 Fysikk 2

Onsdag 05. desember 2007

09:00–12:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Godkjent lommekalkulator.

K. Rottman: *Matematisk formelsamling*

Barnett and Cronin: *Mathematical formulae*

Øgrim og Lian: *Fysiske størrelser og enheter*

Angell og Lian: *Fysiske størrelser og enheter*

Sist i dette oppgavesettet er det gitt noen relasjoner som muligens kan være til nytte under eksamen. Kandidaten må selv tolke disse.

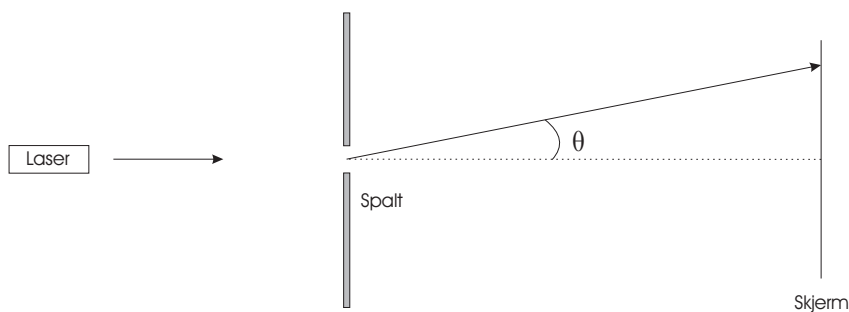
Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1. Laserlys

Laserlys med bølgelengde λ sendes normalt inn mot en smal spalteåpning med bredde a som vist i figuren under. Lyset blir avbøyd av spalten slik at intensiteten til lyset observert i en retning θ på en skjerm langt bak spalten er gitt ved

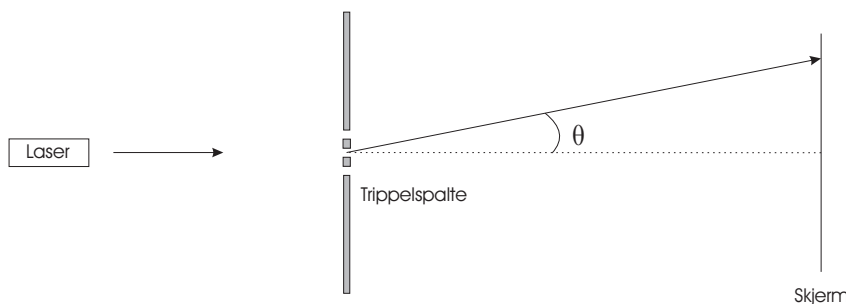
$$I_1(\theta) = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}, \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad (1)$$

der I_0 er intensiteten rett fram ($\theta = 0$).



- a) Anta i denne del-oppgaven at avstanden mellom spalte og skjerm er 1.00 m, og at bredden til spalteåpningen er 0.115 mm. Dersom avstanden mellom sentralkmaksimum og første minimum i intensitetsmønsteret på skjermen måles til 5.52 mm, hva er da bølgelengden til lyset?

Vi erstatter nå spalten med en trippelspalte, dvs. tre spalter i innbyrdes avstand d (målt fra sentrum i den ene spalten til sentrum i den andre) plassert ved siden av hverandre som vist i figuren under. De tre spaltene er like og har alle bredde a . Spalteavstanden d er mye mindre enn avstanden fra spaltene til skjermen.



- b) Vis at intensiteten vi nå observerer er gitt ved

$$I(\theta) = I_1 \left[1 + 2 \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \right) \right]^2, \quad (2)$$

der I_1 er intensiteten gitt i ligning (1).

- c) Gitt at $d = 2a$, skisser $I(\theta)$.

Oppgave 2. Hydrogen og kalium

Elektronets oppførsel i hydrogen-atomet er beskrevet ved den tidsuavhengige Schrödinger-ligningen (i kulekoordinater, med atomkjernen i origo)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] \psi(r, \theta, \phi) = E \psi(r, \theta, \phi), \quad (3)$$

der m er elektronets masse, e er elementærladningen, ϵ_0 er permittivitetskonstanten, og E energien. Nabla-operatoren er i kulekoordinater

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (4)$$

- a) Vis ved separasjon av variable at en løsning av Schrödinger-ligningen er

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \Theta(\theta) e^{im_l \phi}, \quad (5)$$

der R er en (foreløpig uspesifisert) funksjon av r , Θ er en (foreløpig uspesifisert) funksjon av θ , og m_l er en konstant. (Merk: Du skal *ikke* løse ligningen for R og Θ .)

b) Grunntilstanden til elektronet er

$$\psi_g = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}, \quad (6)$$

der a_0 er en konstant. Regn ut forventningsverdien til elektronets avstand r fra atomkjernen i denne tilstanden.

I resten av denne oppgaven ser vi på alkalimetallet kalium (K). Kalium har protontall $Z = 19$ og befinner seg i samme gruppe som hydrogen i det periodiske system, dvs. gruppe I.

c) Skriv ned elektronkonfigurasjonen til K, dvs. hvordan elektronene til et K-atom er fordelt på de ulike elektron-skallene. Forklar *kort og presist* hvorfor potensialet som det ytterste elektronet i et K-atom befinner seg i er ganske likt potensialet som elektronet i et hydrogen-atom føler.

Oppgave 3. Kvantemekanisk fri-elektron modell i 2D

Tilstanden til et elektron i en kvadratisk to -dimensjonal boks kan beskrives ved de positive og heltallige kvantetallene n_1 og n_2 , i tillegg til kvantetallet m_s som angir elektronets spinn. Elektronets energi i en slik tilstand er

$$E_{n_1 n_2} = E_0(n_1^2 + n_2^2), \quad (7)$$

der E_0 er en konstant. Dersom en slik boks inneholder et svært stort antall elektroner vil separasjonen av energinivåene være svært liten i forhold til Fermienergien E_F . Nivåene danner derfor et kvasi-kontinuum. Utled et uttrykk for den totale energien ved 0 K i dette tilfellet, gitt ved E_F og E_0 .

Hint: Betrakt tettheten av elektron-tilstander i et fiktivt to-dimensjonalt rom med akser (n_1, n_2) .

Oppgitt:**Noen integraler som kan være nyttige:**

$$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx = \frac{\pi}{2} - 1 \quad (8)$$

$$\int_0^{\pi/2} x \cos^2 x dx = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \quad (9)$$

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx = \frac{\pi^2}{4} - 2 \quad (10)$$

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos^2 x dx = \frac{\pi^3}{48} - \frac{\pi}{8} \quad (11)$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n! \quad (\text{n er et heltall}) \quad (12)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x e^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6} - 1 \quad (13)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-x}}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \quad (14)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^x} dx = \ln 2 \quad (15)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\pi} \quad (16)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \quad (17)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \quad (18)$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\pi} \quad (19)$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \quad (20)$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \quad (21)$$

$$\int_0^{\infty} x^5 e^{-x^2} dx = 1 \quad (22)$$

$$\int_0^{\infty} x^6 e^{-x^2} dx = \frac{15}{16} \sqrt{\pi} \quad (23)$$

$$\int_0^{\infty} x^7 e^{-x^2} dx = 3 \quad (24)$$

$$\int_0^{\infty} x \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{a^2}{4} \quad (25)$$