

Institutt for fysikk

**Eksamensoppgave i  
TFY4170 - Fysikk II**

**Faglig kontakt under eksamen: Justin Wells**

**Tlf.: 45 16 36 97**

**Eksamensdato: 14.12.2015**

**Eksamenstid (fra-til): 0900-1300**

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C**

**Annen informasjon:**

Hvert delspørsmål gir 1 eller 2 poeng for en fullstendig og korrekt svar. Maximalt antall poeng er notert i parentes (for eksempel [1] eller [2]) Ufullstendige eller delvis riktige svar får mellom 0 og 2 poeng.

Maximalt antall poeng for hvert spørsmål er skrevet etter siste del av spørsmål (for eksempel [Q1: **max 6 poeng**]).

Totalen for alle spørsmålene er 32 poeng.

Eksamen teller 100% på sluttkarakteren.

Du kan svare på Engelsk, Bokmål eller Nynorsk.

Each part of each question gives either 1 or 2 points for a correct and complete answer. The maximum score is indicated in parenthesis, i.e. [1] or [2]. Incomplete or partially correct answer will earn between 0 and 2 points.

There are 5 questions and the total score for all questions is 32 points. The maximum score for each question is indicated after the last part of the question, for example [Q1: **max 6 points**]

The exam gives 100% of the final grade.

You may answer the exam in English, Bokmål or Nynorsk.

**Målform/språk: English, Bokmål, Nynorsk.**

**Antall sider med oppgaver: 4 for each language**

**Antall sider med formler og uttrykk: 2**

**Kontrollert av:**

---

Dato

Sign

## **ENGLISH**

*Note: When asked to describe or comment on something, short and concise answers (i.e. 1 or 2 sentences) are recommended.*

**Question 1:** This question is about classical waves.

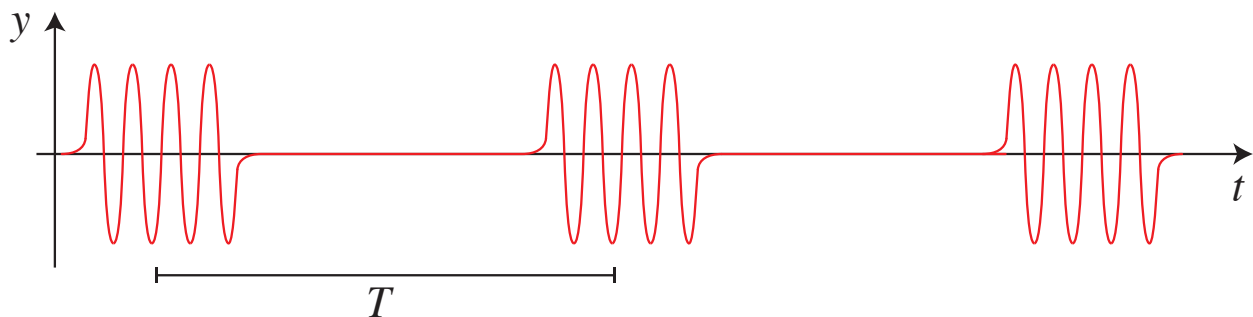
Consider a sinusoidal wave of amplitude  $A$  travelling along an infinite string in the positive  $x$  direction.

**a) Construct an equation to describe the wave [1]**

We know that waves transport energy.

**b) Where is the energy of the wave located? [1]**

Look at the figure. It describes a periodic wave pulse



**c) Can such a wave pulse also be described using simple equations, as in Q1a)? How would you go about writing an equation for this periodic wave pulse? [2]** (*You don't need to derive the equation - just describe how you would do it*).

We know about wave-particle duality - i.e. a wave and a particle are two descriptions of the same thing.

**d) Is the energy localisation the same for a wave, a wave-pulse, and a particle? How does this fit with the idea of wave-particle duality? [2]**

[Q1: max 6 points]

## **Question 2: Electromagnetic radiation**

Visible light is an electromagnetic wave. Look at the following equation which describes a propagating electric field:

$$\mathbf{E}(x, t) = E_0 \hat{\mathbf{z}} \exp i(\omega t - kx)$$

**a) Sketch the electric field. Indicate the direction of propagation and the direction of the oscillation in your figure. [1]**

**b) Sketch (or describe) the magnetic field. [1]**

Visible light is one kind of electromagnetic radiation.

**c) Estimate the power per unit area from the sun at the our distance from it** (hints: total power of the sun =  $4 \times 10^{26}$  W, earth-sun distance = 150 million km). [1]

**d) What does the “Poynting vector” tell us? What is the size and direction of the Poynting Vector in Q2c)?** [1]

The best photovoltaics available for satellite applications have an efficiency of around 40%.

Consider a satellite in earth orbit which uses 400 W of power.

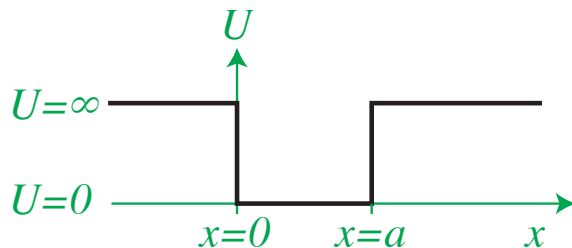
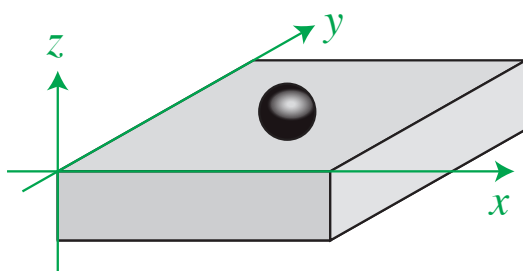
**e) What is “radiation pressure”? Estimate the maximum force on the satellite due to radiation pressure. Do you think that this is something we need to worry about when planning satellite trajectories?** [2]

[Q2: max 6 points]

### Question 3: This question is about quantum dot photovoltaics.

Consider that we have made a “quantum dot”. This is a small sphere of metal on an insulator surface (see figure). Such a device would be easy to make in NanoLab.

We would like to be able to calculate the separation between the (quantised) energy levels. Since the “dot” is 3D, we should use the 3D Schrödinger equation. However, to make life easier for ourselves, we will instead use a 1D approximation (as illustrated in the figure).



**a) Do you think that this is a good approach? will it give us a useful result?** [1]

For the sake of simplicity, we will also assume that the potential inside to dot is  $U=0$ , and that it is infinite elsewhere.

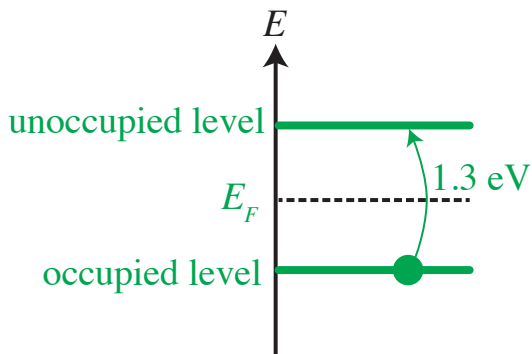
**b) Do you think this is reasonable? How will it affect our estimate of the energy levels?** [2]

We want the electrons in our quantum dot to be excited by sunlight, such that that can be used to harvest solar power. It is known that maximum efficiency is achieved if the separation of the energy levels at the Fermi level is around 1.3 eV. For a typical metal, the Fermi level is approximately 7 eV. (Reminder:  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ )

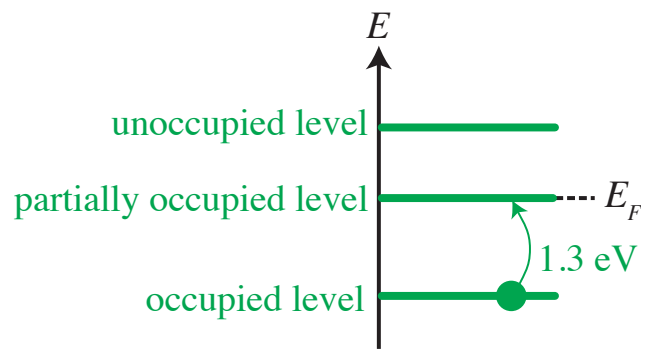
c) Solve Schrödinger's equation for the 1D “dot” and derive an expression for the energy levels. (Hint: remember to consider the boundary conditions. Remember that the wavefunction will be 0 outside of the box). [2]

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right] \Psi(x) = E \Psi(x)$$

d) How big should our “dot” be in order to have the energy levels at the Fermi level ( $E_F$ ) separated by 1.3 eV? Which levels (which values of  $n$ ) are just above and just below  $E_F$ ? [2]



*Traditional photovoltaic*



*Intermediate band photovoltaic*

A trendy new type of solar cell, called an “intermediate band photovoltaic”, has a more clever placement of energy levels. A “partially occupied” level exists exactly at the Fermi level. This allows a wider range of photon energies to be absorbed (see figure).

e) How can a state be “partially occupied”? How many electrons does it contain? [1]

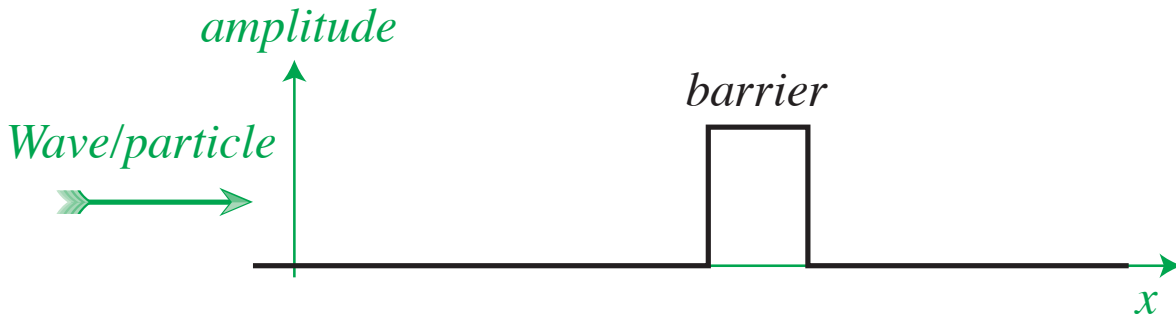
f) Can you adjust the size of your quantum dot (Q3d) such that one energy level is exactly at the Fermi level? Which additional energy transitions can occur in this intermediate band photovoltaic (hint: look at the figure!)? [2]

*Using the traditional “single gap” photovoltaic, the highest efficiency solar cell which can be made is 41%. Using an quantum dot “intermediate band” increases the maximum efficiency to 61%. Research groups at NTNU are working on this!*

**[Q3: max 10 points]**

#### Question 4: Quantum mechanical tunnelling

Consider a wave/particle (travelling in the positive x-direction) which encounters a barrier. The energy of the wave/particle is less than the energy of the barrier.



a) Copy the figure and sketch the wavefunction over the whole x-range displayed in the figure. [2]

b) The wave/particle has energy of 1 eV less than the barrier. The barrier is 1 nm thick. What is the probability of the particle/wave reaching the right hand side of the barrier? [2]

Reminder: inside the barrier:

$$\Psi(x) \propto \exp(-qx) \qquad q = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)}$$

c) Do you think that this transmission probability is measurable? Can it be used for anything? [2]

[Q4: max 6 points]

#### Question 5: Wave-particle duality

Imagine that three people are arguing about electrons. Anne says “electrons are particles”, Bernie says “electrons are waves” and Charlie says “electrons follow wave-particle duality, they are both”. Briefly describe experimental evidence which supports:

a) Anne’s hypothesis [1]

b) Bernie’s hypothesis [1]

c) Charlie’s hypothesis - that the nature of a particle/wave is really “dual”. [2]

[Q5: max 4 points]

[Maximum score for the complete exam = 32]

### BOKMÅL

*Merk: Når du blir bedt om å beskrive eller kommentere noe, er konsise svar (dvs. 1 eller 2 setninger) anbefalt.*

#### **Spørsmål 1: Dette spørsmålet er om klassiske bølger.**

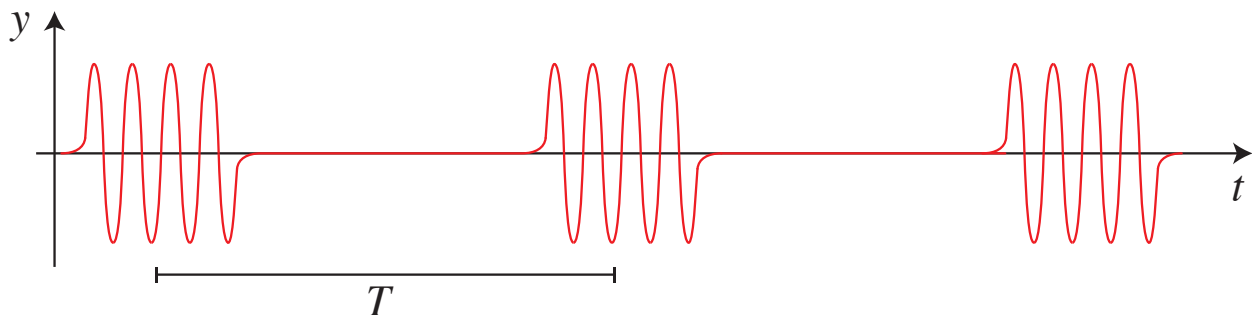
Betrakt en sinusformet bølge med amplituden  $A$  som beveger seg langs en uendelig streng i den positive  $x$ -retningen.

**a) Skriv en ligning som beskriver bølgen [1]**

Vi vet at bølgene transporterer energi.

**b) Hvor er energien av bølgen funnet? [1]**

Se på figuren. Den beskriver en periodisk bølgepuls



**c) Kan en slik bølgepuls også beskrives ved hjelp av enkle ligninger, som i Q1A)? Hvordan vil du gå om å skrive en ligning for periodisk bølgepuls? [2]** (Du trenger ikke å utlede ligningen - bare beskrive hvordan du ville gjøre det).

Vi vet om bølge-partikkel-dualiteten - dvs. en bølge og en partikkel er to beskrivelser av samme ting.

**d) Er energi-lokaliseringen den samme for en bølge, en bølgepuls, og en partikkel? Hvordan passer dette med idéen om bølge-partikkel-dualiteten? [2]**

[Q1: maks 6 poeng]

#### **Spørsmål 2: Elektromagnetisk stråling**

Synlig lys er en elektromagnetisk bølge. Se på følgende ligning som beskriver et propagerende elektrisk felt:

$$\mathbf{E}(x, t) = E_0 \hat{\mathbf{z}} \exp i(\omega t - kx)$$

**a) Skisser det elektriske feltet. Indiker propageringsretningen og retningen av oscillasjonen i figuren din. [1]**

**b) Skisser (eller beskriv) magnetfeltet. [1]**

Synlig lys er en form for elektromagnetisk stråling.

c) Beregn effekt per arealenhet fra solen på vår avstand fra den (hint: totaleffekten fra solen =  $4 \times 10^{26}$  W, jord-sol avstand = 150 millioner km). [1]

d) Hva kan "Poynting vector" fortelle oss? Hva er størrelsen og retningen på "Poynting Vector" i Q2c)? [1]

De beste solcellepaneler tilgjengelige for satellittbruk har en virkningsgrad på rundt 40%. Vurder en satellitt i bane rundt jorda som bruker en effekt på 400 watt.

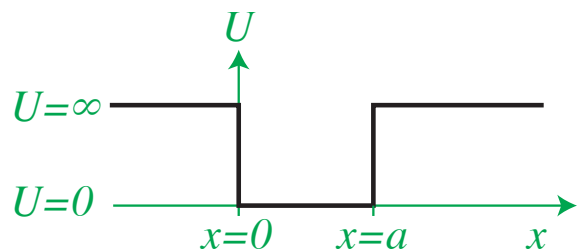
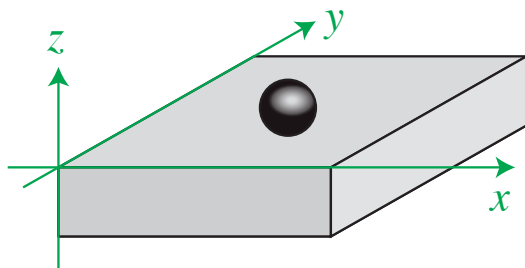
e) Hva er "strålingstrykk"? Estimer maksimal kraft på satellitten på grunn av strålingstrykk. Tror du at dette er noe vi trenger å bekymre oss for når man planlegger satellittbaner? [2]

[Q2: maks 6 poeng]

### Spørsmål 3: Dette spørsmålet er om quantum dot solceller.

Tenk deg at vi har laget en "quantum dot". Dette er en liten kule av metall på en isolerende overflate (se figur). En slik enhet ville være enkelt å lage i NanoLab.

Vi ønsker å være i stand til å beregne avstanden mellom de (kvantiserte) energinivåene. Siden "dot" er 3D, bør vi bruke 3D Schrödingerligningen. Men for å gjøre livet enklere for oss selv, vil vi i stedet bruke en 1D tilnærming (som vist i figuren).



a) Tror du at dette er en god tilnærming? vil den gi oss et brukbart resultat? [1]

For enkelthets skyld vil vi anta at også potensialet inne i dot er  $U = 0$ , og at det er uendelig alle andre steder.

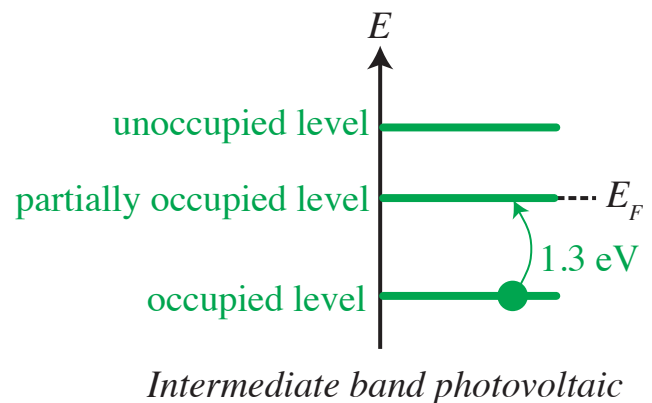
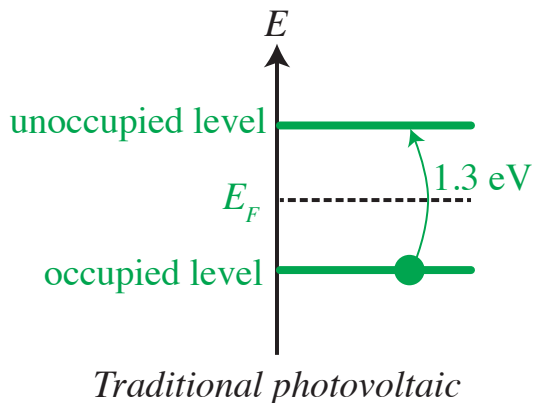
b) Tror du dette er rimelig? Hvordan vil det påvirke vårt estimat av energinivåer? [2]

Vi ønsker at elektronene i vår quantum dot skal bli eksitert av sollys, slik at dette kan brukes til å produsere solenergi. Det er kjent at maksimal effektivitet oppnås dersom separeringen av energinivåene på Fermi-nivået er omkring 1,3 eV. For et typisk metall er Fermi-nivået ca. 7 eV. (Påminnelse:  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ )

c) Løs Schrödingers ligning for slik en 1D "dot" og utled et uttrykk for energinivåene. (Hint: Husk å vurdere grensebetingelsene. Husk at bølgefunksjonen vil være 0 utenfor boksen). [2]

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right] \Psi(x) = E \Psi(x)$$

d) Hvor stor bør vår "dot" være for å ha energinivåene på Fermi-nivået ( $E_F$ ) som er separert med 1,3 eV? Hvilke nivåer (hvilke verdier av  $n$ ) er rett over eller rett under  $E_F$ ? [2]



En trendy ny type solcelle, kalt en "intermediate band photovoltaic", har en mer smart plassering av energinivå. Det eksisterer et "delvis okkupert" nivå nøyaktig på Fermi-nivået. Dette tillater en større rekkevidde av fotonenergier å bli absorbert (se figur).

e) Hvordan kan et nivå bli "delvis okkupert"? Hvor mange elektroner inneholder det? [1]

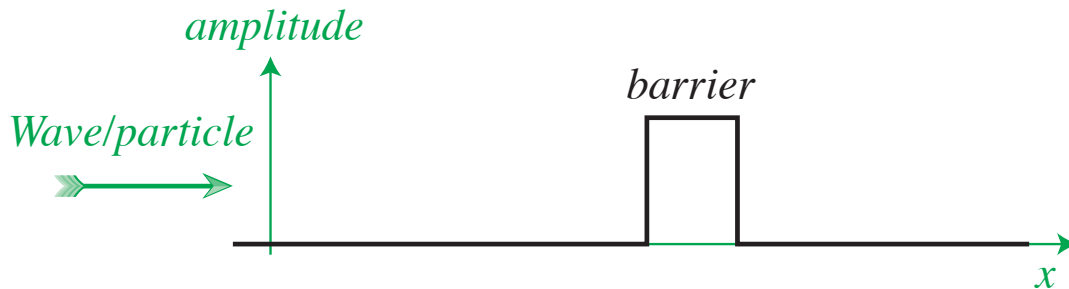
f) Kan du justere størrelsen på quantum dot (Q3d) slik at et energinivå er nøyaktig på Fermi-nivå? Hvilke ekstra energioverganger kan oppstå i dette "intermediate band photovoltaic" (hint: se på figur!)? [2]

*For den tradisjonelle "single gap" solceller, er den høyeste effektivitet som solceller kan produsere 41%. Ved å bruke en quantum dot "intermediate band" øker maksimal effektivitet til 61%. Forskningsgrupper ved NTNU jobber med dette!*

**[Q3: maks 10 poeng]**

#### Spørsmål 4: Kvantemekanisk tunnelering

Vurder en bølge/partikkel (reisende i positiv  $x$ -retning) som møter en barriere. Energien til bølgen/partikkelen er mindre enn energien av barrieren.



a) Kopier figuren og vis bølgefunksjonen over hele den fremviste  $x$ -rekkevidden. [2]

b) Bølge/partikkel har energi 1 eV mindre enn barrieren. Barrieren er 1 nm tykt. Hva er sannsynligheten for at partikkelen / bølgen når frem til høyre side av barrieren? [2]

Påminnelse: inne i barrieren:

$$\Psi(x) \propto \exp(-qx) \qquad q = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)}$$

c) Tror du at denne sannsynligheten kan måles? Kan den brukes til noe? [2]

[Q4: maks 6 poeng]

#### Spørsmål 5: Bølge-partikkel-dualiteten

Tenk deg at tre personer krangler om elektroner. Anne sier "elektroner er partikler", Barnie sier "elektroner er bølger" og Charlie sier "elektroner følger bølge-partikkel-dualitet, de er begge deler".

Beskriv kort eksperimentelle bevis som støtter:

a) Hypotesen til Anne [1]

b) Hypotesen til Barnie [1]

c) Hypotesen til Charlie - at naturen til en partikkel/bølge virkelig er "dual". [2]

[Q5: maks 4 poeng]

[Maksimal poengsum for hele eksamen = 32]

## NY NORSK

*Merk: Når du blir bedt om å beskrive eller kommentere noko, er konsise svar (dvs. 1 eller 2 setningar) anbefalt.*

### **Spørsmål 1: Dette spørsmålet er om klassiske bølger.**

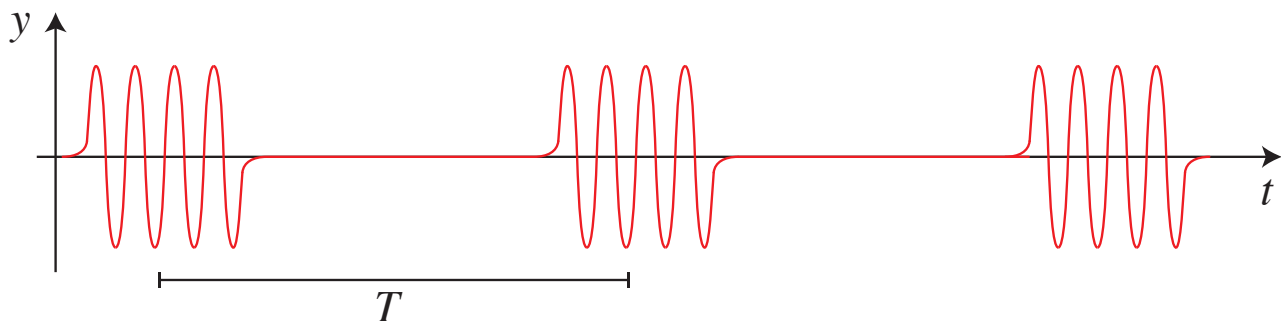
Betrakt ei sinusforma bølge med amplituden  $A$  som beveger seg langs ein uendeleg streng i den positive  $x$ -retninga.

#### **a) Skriv ei likning som beskriv bølga [1]**

Vi veit at bølgjene transporterar energi.

#### **b) Kvar er energien av bølga funnet? [1]**

Sjå på figuren. Den beskriv ein periodisk bøljepuls



#### **c) Kan ein slik bøljepuls også beskrivast ved hjelp av enkle likningar, som i Q1A)? Korleis vil du gå om å skrive ei likning for periodisk bøljepuls? [2]** (Du treng ikkje å utlede likninga - bare beskrive korleis du ville gjere det).

Vi veit om bølge-partikkel-dualiteten - dvs. ei bølge og ein partikkel er to beskrivingar av same ting.

#### **d) Er energi-lokaliseringa den same for ei bølge, ein bøljepuls, og ein partikkel? Korleis passar dette med ideen om bølge-partikkel-dualiteten? [2]**

[Q1: maks 6 poeng]

### **Spørsmål 2: Elektromagnetisk stråling**

Synleg lys er ei elektromagnetisk bølge. Se på følgjande likning som beskriv eit propagerande elektrisk felt:

$$\mathbf{E}(x, t) = E_0 \hat{\mathbf{z}} \exp i(\omega t - kx)$$

#### **a) Skisser det elektriske feltet. Indiker propageringsretninga og retninga av oscillasjonen i figuren din. [1]**

#### **b) Skisser (eller beskriv) magnetfeltet. [1]**

Synleg lys er ein form for elektromagnetisk stråling.

c) **Berekn effekt per arealeining frå sola på vår avstand frå den** (hint: totaleffekten frå sola =  $4 \times 10^{26}$  W, jord-sol avstand = 150 millionar km). [1]

d) **Hva kan "Poynting vector" fortelle oss? Kva er størrelsen og retninga på "Poynting Vector" i Q2c)?** [1]

Dei beste solcellepanel tilgjengeleg for satellittbruk har ein verkningsgrad på rundt 40%. Vurder ein satellitt i bane rundt jorda som bruker ein effekt på 400 watt.

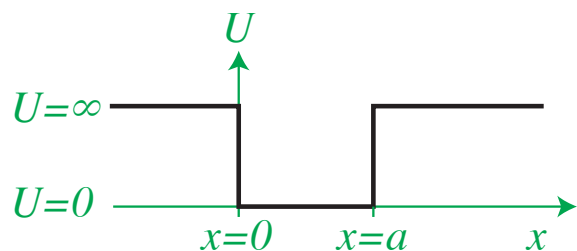
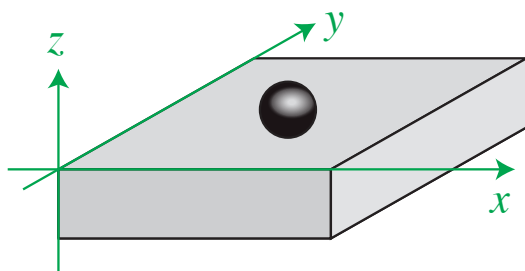
e) **Kva er "strålingstrykk"? Estimer maksimal kraft på satellitten på grunn av strålingstrykk. Trur du at dette er noko vi treng å bekymre oss for når ein planlegg satellittbanar?** [2]

[Q2: maks 6 poeng]

### Spørsmål 3: Dette spørsmålet er om quantum dot solceller.

Tenk deg at vi har laga ein "quantum dot". Dette er ei lita kule av metall på ein isolerande overflate (sjå figur). Ein slik eining ville være enkelt å lage i NanoLab.

Vi ønskjer å være i stand til å berekne avstanden mellom dei (kvantiserte) energinivåa. Sidan "dot" er 3D, bør vi bruke 3D Schrödingerlikninga. Men for å gjere livet enklare for oss sjølv, vil vi i staden bruke ei 1D tilnærming (som vist i figuren).



a) **Trur du at dette er ei god tilnærming? vil den gi oss eit brukbart resultat?** [1]

For enkeltheits skyld vil vi anta at også potensialet inne i dot er  $U = 0$ , og at det er uendelig alle andre stader.

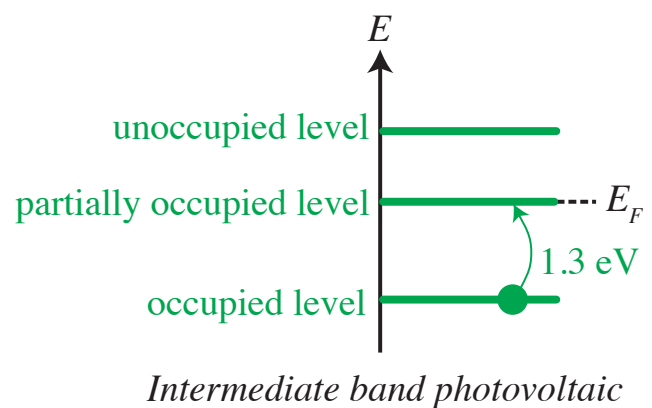
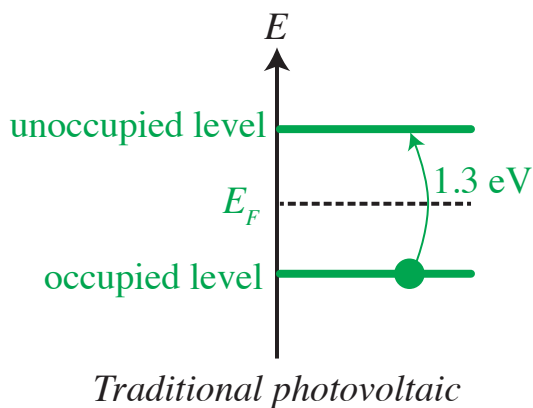
b) **Trur du dette er rimeleg? Korleis vil det påverke vårt estimat av energinivå?** [2]

Vi ønskjer at elektrona i vår quantum dot skal bli eksitert av sollys, slik at dette kan brukast til å produsere solenergi. Det er kjent at maksimal effektivitet oppnåas dersom separeringa av energinivåa på Fermi-nivået er omkring 1,3 eV. For eit typisk metall er Fermi-nivået ca. 7 eV. (Påminning:  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ )

c) Løs Schrödingers likning for slik ein 1D "dot" og utlei eit uttrykk for energinivåa. (Hint: Husk å vurdere grensevilkåra. Husk at bølgefunksjonen vil være 0 utanfor boksen). [2]

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) \right] \Psi(x) = E \Psi(x)$$

d) Kor stor bør vår "dot" være for å ha energinivåa på Fermi-nivået ( $E_F$ ) som er separert med 1,3 eV? Kva nivå (kva verdier av  $n$ ) er rett over eller rett under  $E_F$ ? [2]



Ei trendy ny type solcelle, kalla "intermediate band photovoltaic", har ein meir smart plassering av energinivå. Det eksisterer eit "delvis okkupert" nivå nøyaktig på Fermi-nivået. Dette tillèt ei større rekkjevidd av fotonenergiar å bli absorbert (sjå figur).

e) Korleis kan eit nivå bli "delvis okkupert"? Kor mange elektron inneheld det? [1]

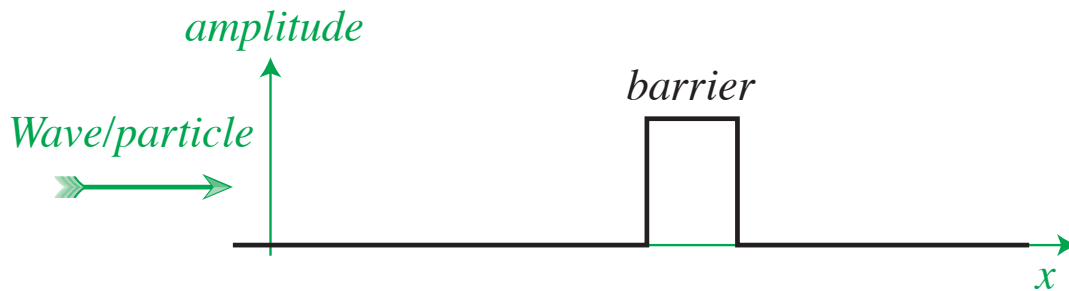
f) Kan du justere størrelsen på quantum dot (Q3d) slik at eit energinivå er nøyaktig på Fermi-nivå? Kva ekstra energioverganger kan oppstå i dette "intermediate band photovoltaic" (hint: sjå på figur!)? [2]

*For den tradisjonelle "single gap" solceller, er den høgste effektivitet som solceller kan produsere 41%. Ved å bruke ein quantum dot "intermediate band" aukar maksimal effektivitet til 61%. Forskingsgrupper ved NTNU jobbar med dette!*

**[Q3: maks 10 poeng]**

#### Spørsmål 4: Kvantemekanisk tunnelering

Vurder ei bølge / ein partikkel (reisande i positiv  $x$ -retning) som møter ein barriere. Energien til bølga/partikkelen er mindre enn energien av barrieren.



a) Kopier figuren og vis bølgefunksjonen over heile den framviste  $x$ -rekkevidda. [2]

b) Bølge / partikkel har energi 1 eV mindre enn barrieren. Barrieren er 1 nm tykt. Kva er sannsynet for at partikkelen / bølga når fram til høgre side av barrieren? [2]

Påminning: inne i barrieren:

$$\Psi(x) \propto \exp(-qx) \qquad q = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)}$$

c) Trur du at dette sannsynet kan målast? Kan den brukast til noko? [2]

[Q4: maks 6 poeng]

#### Spørsmål 5: Bølge-partikkel-dualiteten

Tenk deg at tre personer kranglar om elektron. Anne seier "elektron er partiklar", Barnie seier "elektron er bølger" og Charlie seier "elektron følger bølge-partikkel-dualitet, dei er begge delar".

Beskriv kort eksperimentelle bevis som støttar:

a) Hypotesen til Anne [1]

b) Hypotesen til Barnie [1]

c) Hypotesen til Charlie - at naturen til ein partikkel/bølge virkelig er "dual". [2]

[Q5: maks 4 poeng]

[Maksimal poengsum for heile eksamen = 32]