

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Gudmunn Slettemoen
Tlf.: 93419

EKSAMEN I FAG 74181 - OPTIKK

Fredag 9. mai 1997

Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler:

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU

K. Rottman: Mathematische Formelsammlung

C. Barrett, T.M. Cronin: Mathematical Formulae

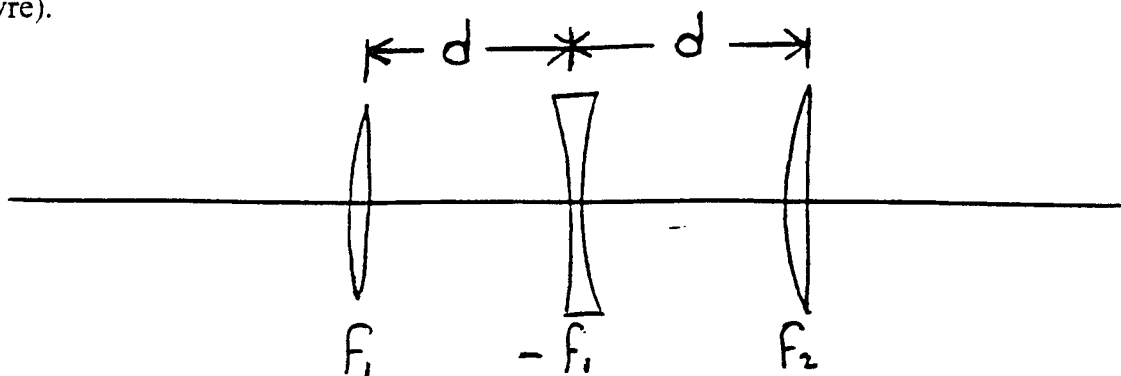
Oppgave 1

- a) Skriv ned (eller utled, om nødvendig) translasjonsmatrisen.
- b) Skriv ned (eller utled, om nødvendig) refraksjonsmatrisen.
- c) Skriv ned matrisen for avbildning med forstørrelse β i et optisk system med styrke P
- d) Anta at systemmatrisen fra første optiske flate V til siste optiske flate V' er

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

Utled uttrykk for avstanden h fra første hovedplan H til V, og for avstanden h' fra V' til andre hovedplan H'. Svarene skal uttrykkes ved A, B, C og D.

- e) Hva er systemmatrisen for systemet vist i figuren? (Anta at lyset går fra venstre mot høyre).

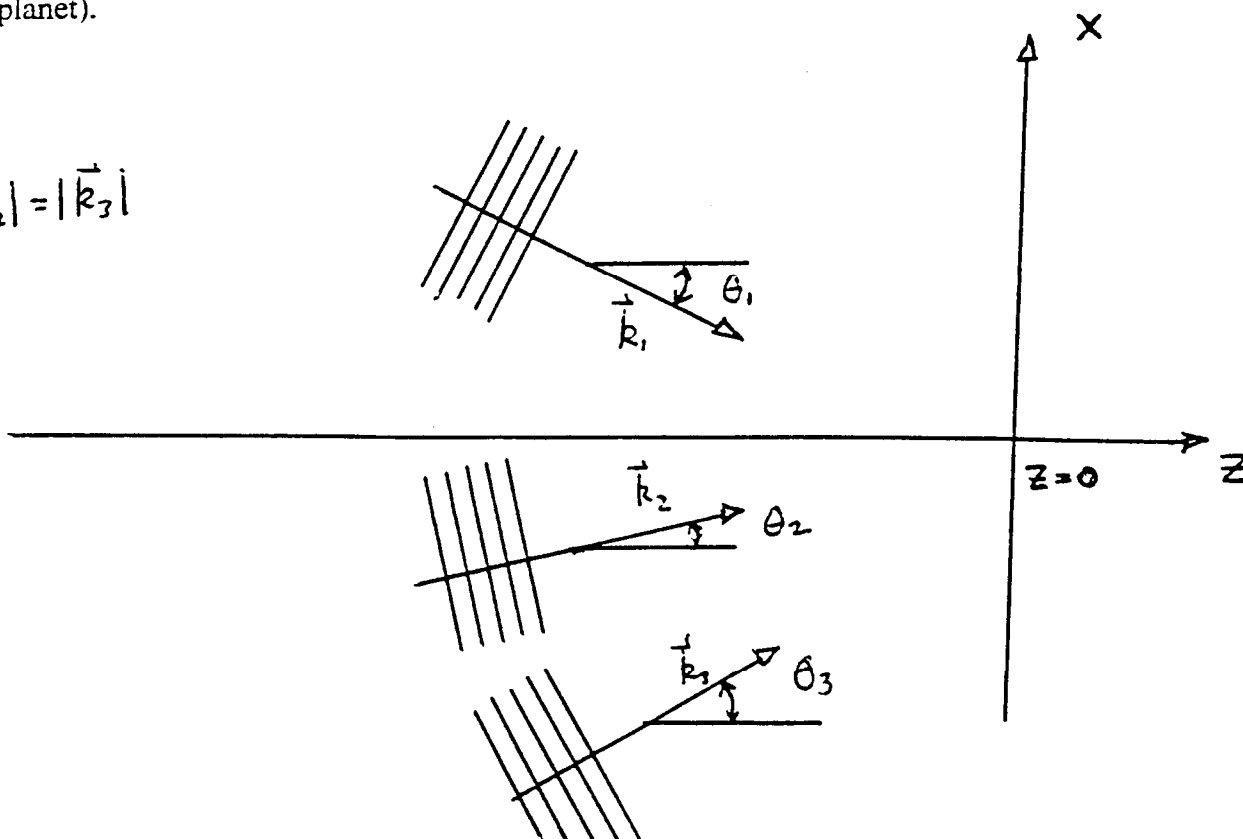


- f) Hva er styrken ($\mathcal{P}$) for systemet i e)?

Oppgave 2

Anta tre plane bølger som vist i figuren (alle har samme amplitude $A = 1$ og forplanter seg i xz -planet).

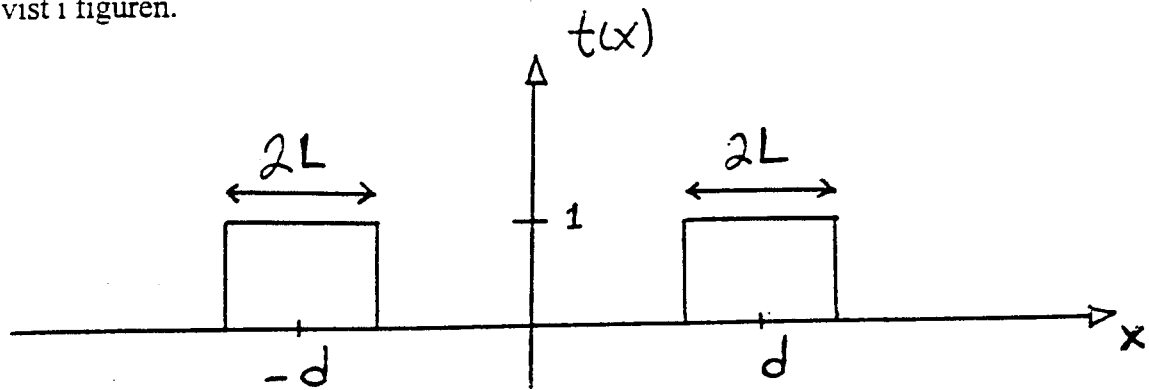
$$|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = |\vec{k}_3|$$



- Hva er den totale feltamplituden $U(x,y,z)$?
- Hva er feltamplituden i planet $z = 0$?
- Hva er intensitetsmønsteret på en skjerm i planet $z = 0$?

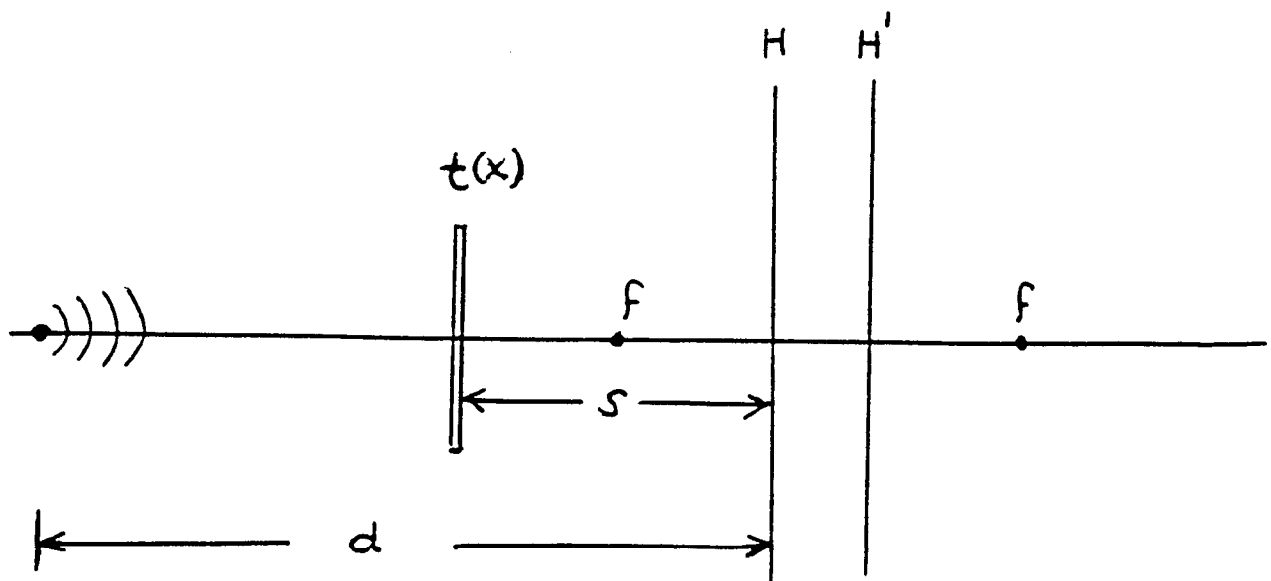
Oppgave 3

- a) Anta at en plan bølge, $A \exp(ikz)$, belyser et objekt med objektfunksjon $t(x,y)$. Utled uttrykket for Fraunhoferdiffraksjon fra det oppgitte Fresnels diffraksjonsintegral. Både $U(x,y,z)$ og $I(x,y,z)$ skal gis.
- b) Anta at en plan bølge, $A \exp(ikz)$, belyser objektet med objektfunksjon $t(x,y) = t(x)$ som vist i figuren.



Beregn intensitetsmønsteret $I(x,y,z)$ for Fraunhoferdiffraksjon.

- c) Hvilke betingelser må være oppfylt for at resultatet i b) skal være en god tilnærming til det virkelige intensitetsmønsteret?
- d) Hva skjer med resultatet i b) dersom belysningsbølgen faller inn på skrå i xz-planet med innfallsvinkel θ (med z-aksen)?
- e) Anta at et objekt med objektfunksjon $t(x,y)$ nå brukes i det koherente optiske avbildningssystemet vist i neste figur. Systemets fokallengde er $f = 10$ cm og objektet er plassert i en avstand $s = 20$ cm foran første hovedplan H. Den koherente punktkilden emitterer kulebølger og er plassert i en avstand $d = 50$ cm foran H. Hvor i billedrommet finner vi fourierplanet?



Oppgitt

Fresnels diffraksjons integral:

$$U(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ik\left[z + \frac{1}{2z}(x^2 + y^2)\right]} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x', y', 0) e^{-i\frac{k}{z}(xx' + yy')} e^{\frac{ik}{2z}(x'^2 + y'^2)} dx' dy'$$

Den todimensjonale fouriertransformasjonen av en funksjon $t(x, y)$ er definert som

$$T(k_x, k_y) = \mathcal{F}\{t(x, y)\} = \int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} \int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} t(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy.$$

Den inverse transformasjonen er gitt av integralet:

$$t(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{T(k_x, k_y)\} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} T(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y.$$

To versjoner av konvolusjonsteoremet:

$$\begin{aligned} T_1(k_x, k_y) * T_2(k_x, k_y) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} \int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} T_1(k'_x, k'_y) T_2(k_x - k'_x, k_y - k'_y) dk'_x dk'_y \\ &= \mathcal{F}\{t_1(x, y) t_2(x, y)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1(k_x, k_y) T_2(k_x, k_y) &= \mathcal{F}\{t_1(x, y) * t_2(x, y)\} \\ &= \mathcal{F}\left\{\int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} \int_{-\alpha-\alpha}^{+\alpha+\alpha} t_1(x', y') t_2(x - x', y - y') dx' dy'\right\} \end{aligned}$$