

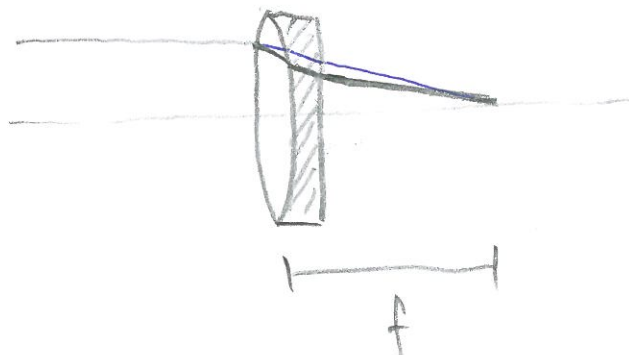
Løsningsforslag,

kont. eksamen Aug. 2015.

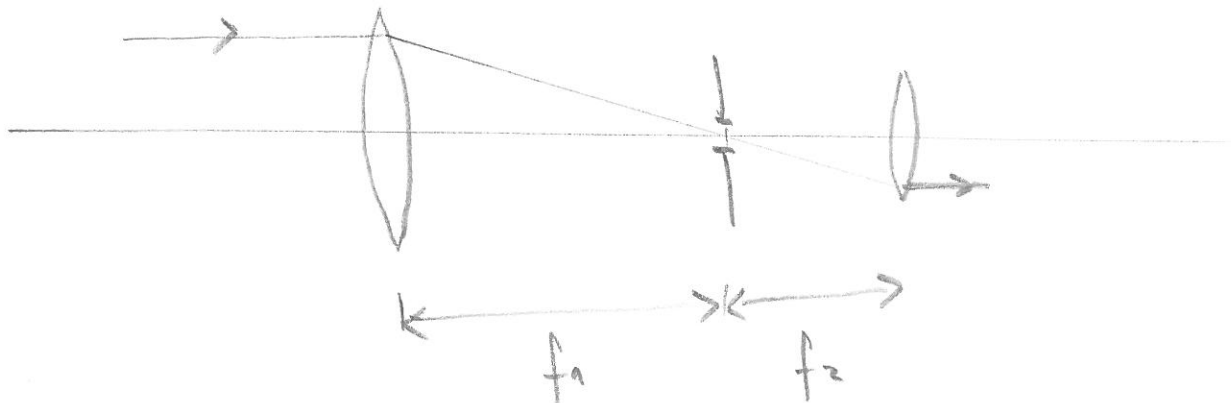
1a) Fermats prinsipp i "moderne innpakning" sier at lyset velger ~~veien~~ slik at den optiske veilengden er stasjonær. Dette forstås ved at fasene til bølger som følger denne veien interfererer konstruktivt, mens andre stråleganger gir destruktiv interferens. Også diffraksjon er et eksempel konstruktiv interferens av bølger.

b) Dispensjon er at brytningsindeksen er frekvensavhengig, $n = n(\omega)$. S.k. "normal" dispersjon øker med økende frekvens.

I en akromatisk linse er forskjellige typer glass med forskjellige dispersjonsegenskaper satt sammen for å redusere problem med kromatisk aberrasjon. Typisk brukes flint- og kvartsglass i en "dublett" som er konstruert for å gi samme fokallengde f for to forskjellige bølglengder



1c) For å få et telesentrisk system settes linjene i en avstand $L = f_1 + f_2$, og aperturen settes i det felles fokuspunktet:



Inngangs- og utgangspupille vil da være i $\pm \infty$.
Kun stråler (tilnærmet) parallelle med den optiske akse slipper gjennom et slikt linsesystem.

1d) Avbildningsrelasjonen er $\underline{\underline{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}}}$.

Her er $L = 8f = s + s'$.

$$|M_T| = \left| \frac{s'}{s} \right|$$

Vi finner at

$$\frac{8}{s+s'} = \frac{8}{8f} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{8}{s+s'}$$

$$(s+s')s' + (s+s')s = 8ss'$$

$$\Rightarrow \underline{s' = (3 \pm 2\sqrt{2})s} \quad \text{2; to løsninger}$$

$$|M_T| = \left| \frac{s'}{s} \right| = 3 \pm 2\sqrt{2} \approx \begin{cases} \underline{5,83} \\ 0,17 \end{cases} \quad \text{max forstørrelse.}$$

$$\text{Setter } f=1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s+s' = 8 \\ \frac{s'}{s} = 5,83 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \underline{s' = 6,83} \\ \underline{s = 1,17} \end{array}$$

Altså: Linse skal plasseres 1.17f etter bildet.

Detta gir maks forstørrelse lik 5,83
(bildet ved $L = 8f$ blir forøvrig invertert).

2) Intensitet $\propto |\mathcal{F}\{\text{objektet}\}|^2$ i Fraunhoferregimet.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad F &= \mathcal{F}\left\{f_w \otimes \left(\delta(x+a) + \delta(x) + \frac{1}{2}\delta(x-a)\right)\right\} \\ &= \mathcal{F}\{f_w\} \cdot \mathcal{F}\left\{\delta(x+a) + \delta(x) + \frac{1}{2}\delta(x-a)\right\} \end{aligned}$$

$$\text{Vi vet at } \mathcal{F}\{f_w\} = \mathcal{F}\left\{f_0 \text{rect}\left(\frac{x}{w}\right)\right\} = \underline{f_0 w \text{sinc}\left(\frac{k_x w}{2}\right)}$$

$$\begin{aligned} &\mathcal{F}\left\{\delta(x+a) + \delta(x) + \frac{1}{2}\delta(x-a)\right\} \quad // \text{"Strukturfaktor"} \\ &= \underline{e^{-ik_x a} + 1 + \frac{1}{2}e^{ik_x a}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{I \propto \text{sinc}^2\left(\frac{k_x w}{2}\right) \left(\frac{9}{4} + 3\cos(k_x a) + \cos(2k_x a)\right)}$$

Symmetrisk!

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad &\mathcal{F}\left\{\delta(x+a) + \delta(x) + \delta(x-a)e^{i\pi}\right\} \\ &= e^{-ik_x a} + 1 + (-1)e^{ik_x a} \\ &= \underline{1 + 2i\sin(k_x a)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{I \propto \text{sinc}^2\left(\frac{k_x w}{2}\right) \left(1 + 4\sin^2(k_x a)\right)}$$

Symmetrisk!

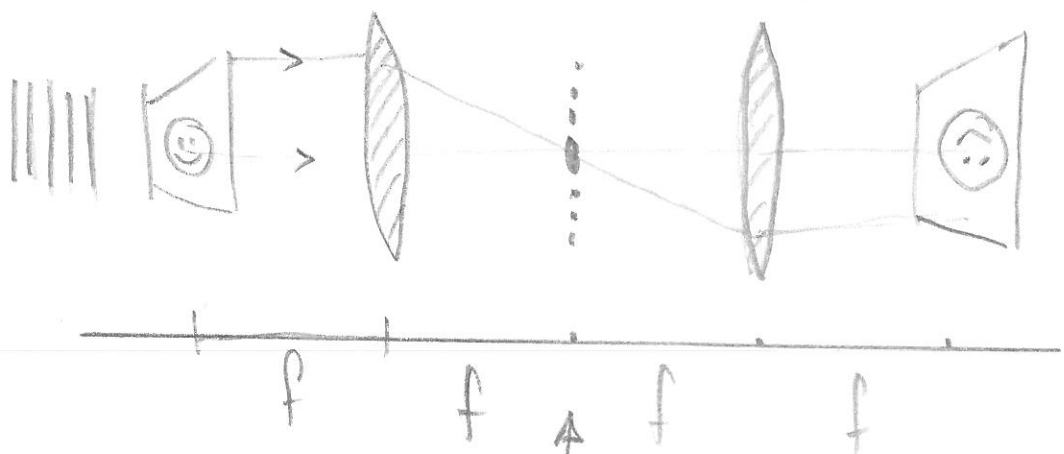
(Merk: diffraksjonsmonstre kan under ganske generelle vilkår (!) vises å være symmetriske)

3a) Transversalt: stjerner er langt borte $\rightarrow$ de er i praksis punktkilder. Dette gir høy grad av transversal koherens.

Longitudinalt: lyset fra stjerner genereres ved vilkårlige termiske (uordnede) prosesser $\rightarrow$ fotonene er ikke i fase med hverandre, og de har et vidt spekter av bølgelengder.

$\Rightarrow$ Lav longitudinal koherens.

b) Matematisk er det enkleste å Fouriertransformere bildet. Dette gir en 2D (romlig) frekvensfordeling hvor man kan bruke lavpass eller høypass-filtre før man gjør en invers F.T. for å få det modifiserte reelle bildet. [Alternativ: folding av reelt bilde med $F\{\text{filter}\}$]. Med et 4-f system kan dette gjøres optisk:



her anvendes filter:

 lavpass

eller  høypass.

3c) Det enklaste her er å anvende Malus' lov.

I_0 - intensiteten med to polarisatorer
(som er lik $\frac{1}{2}$ av intensiteten
for polarisatorene)

I - intensiteten med tre polarisatorer.

$$I = I_0 \cdot (\cos^2 60^\circ)(\cos^2 60^\circ) = \underline{\underline{\frac{I_0}{16}}}$$

Alternativt kan man bruke Jones-matriser:

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-60^\circ) & -\sin(-60^\circ) \\ \sin(-60^\circ) & \cos(-60^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\uparrow$ 3. polarisator 2. polarisator $\uparrow$ pol. etter 1. polarisator*

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I = |\vec{E}|^2 = E_x^2 + E_y^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 [1 \ 0] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{16}$$

$$\therefore \underline{\underline{I = \frac{I_0}{16}}}$$

* Husk at Jones-matriser ikke kan beskrive unpolarisert lys.

3d) Hensikten med K er at når $d_1 = d_2$ skal den optiske vei lengden være den samme for de to veiene i interferometeret ("begge strålene skal gå gjennom like mye glass").

Når M_1 flyttes $314,2 \mu\text{m}$, øker veilengden med $2 \cdot 314,2 \mu\text{m}$ (tur-retur). Dette må tilsvare 850 hele bølglengder:

$$850 \cdot \lambda = 2 \cdot 314,2 \mu\text{m}$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 314,2 \mu\text{m}}{850} = \underline{\underline{739,3 \text{ nm}}}$$