

1a) Trad: Lys følger den veien fra A til B som tar kortest tid.

Kortest tid er ekvivalent med korteste optiske veilengde.

Moderne: En lysstråle fra S til P følger en bane som er stasjonær mht. små endringer,

dvs. veilengden endres ikke ved små perturbasjoner.

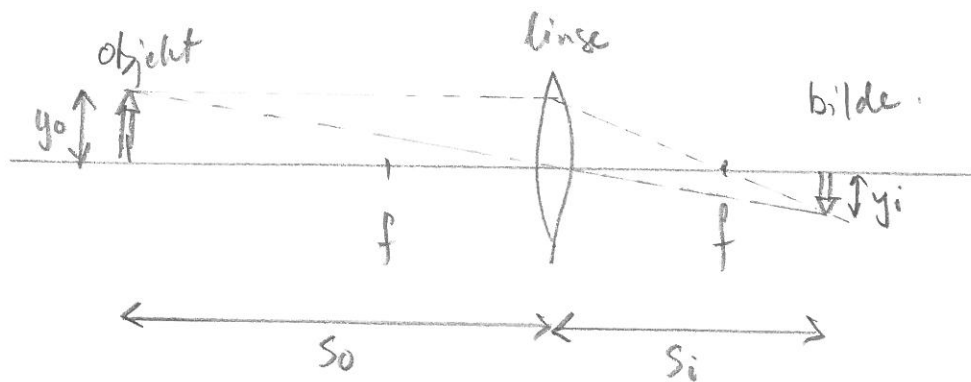
For ikke-stasjonære baner vil faseforskjeller mellom fotoner som følger litt forskjellige baner gi destruktiv interferens.

At man kan se samme objekt i ulike retninger, f.eks. sola ved speiling i vann:



bryter ikke med Fermats prinsipp så lenge begge banene er stasjonære (enten minimum eller maksimum, $\delta L = 0$).

1b)



Oppgitt: $s_0 = 10.0 \text{ m}$ $y_0 = 1.70 \text{ m}$
 $f = 50.0 \text{ mm}$

Gauss' linseformel $\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow s_i = \frac{s_0 f}{s_0 - f}$

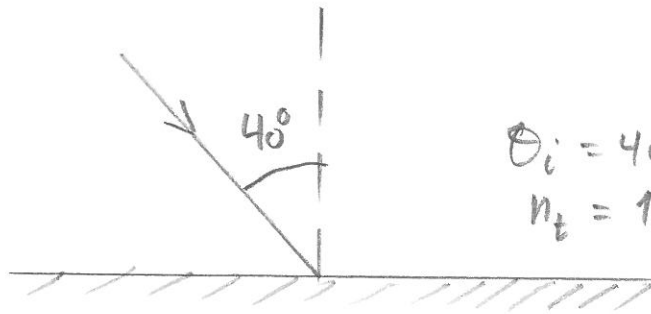
Transversal forstørrelse $M_T = \frac{y_i}{y_0} = -\frac{s_i}{s_0}$

$y_i = -y_0 \frac{s_i}{s_0} = -y_0 \frac{f}{s_0 - f}$

Tallsvare: -8.5 mm

(fortegn: bildet er invertert)

1c)



$$\theta_i = 40^\circ$$

$$n_t = 1.55, n_i = 1.00$$

"Naturlig" lys er unpolarisert, dvs like mengder s- og p-polarisasjon.

$$r_p = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}$$

$$r_s = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$$

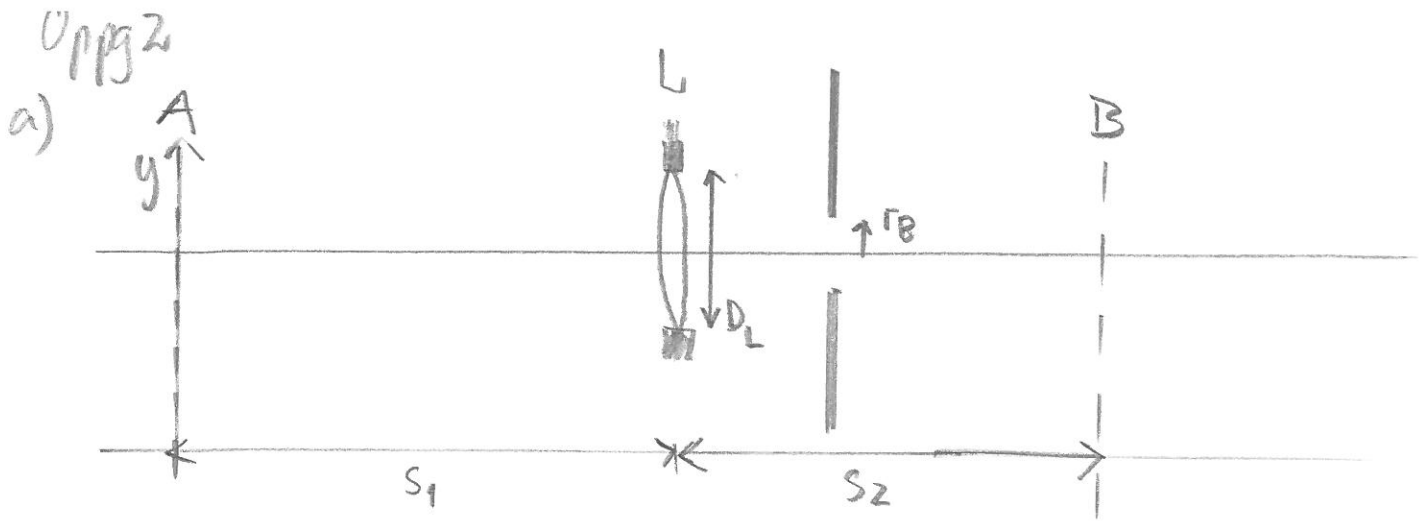
Vi trenger θ_t . Snells lov $n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$

$$\Rightarrow \theta_t = \arcsin\left(\frac{\sin \theta_i}{n_t}\right)$$

$$= \underline{24.5^\circ}$$

Ved innsettning fås $r_p = 0.132$
 $r_s = -0.296$

Reflektansen er dermed $\frac{1}{2}(r_p^2 + r_s^2) = 0.053$
 $= \underline{\underline{5.3\%}}$



a) $M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ beskriver hvordan strålen $\begin{bmatrix} nx \\ y \end{bmatrix}$

går fra A til B, α er vinkel, y er posisjon.

M er et produkt av en translasjon fra A til L, etterfulgt av brytning i L, og transmisjon fra L til B:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ s_2 & -\frac{s_2}{f} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s_1 & 1 \end{bmatrix}$$

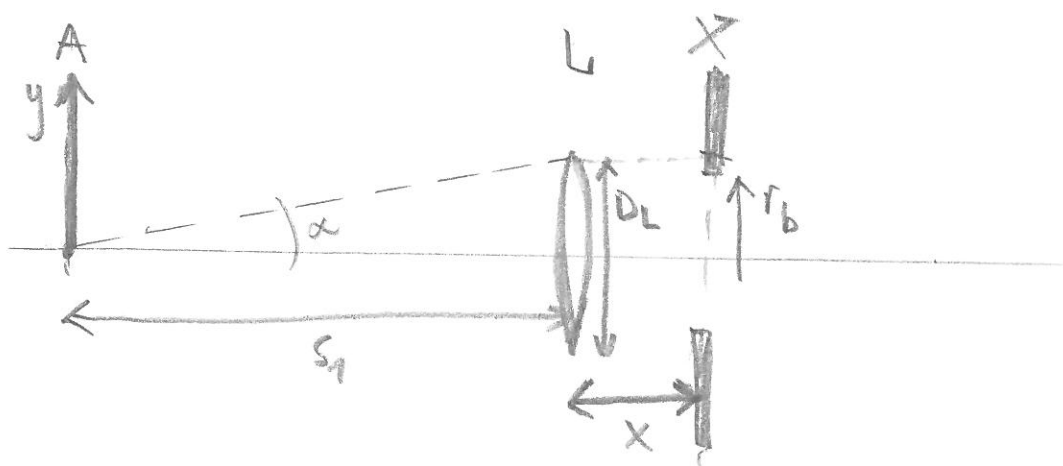
$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{s_1}{f} & -\frac{1}{f} \\ s_1 + s_2 - \frac{s_1 s_2}{f} & 1 - \frac{s_2}{f} \end{bmatrix}$$

Vi ser at A er gitt ved $A = 1 - \frac{s_1}{f}$

Denne formalismen forutsetter:

- geometrisk optikk (lys går i rette linjer)
- paraksial (stråler har liten vinkel med optisk akse).

2b)



Vi ser at vi kan bruge matrisen fra

a) for at finde den marginale stråles position ved planet X ; y_x , ved at lade $s_2 = x$.

Ved planet A har strålen position $y_A = 0$

og vinkel $\alpha = \arctan\left(\frac{D_L/2}{s_1}\right) = \frac{D_L}{2s_1}$ (parax.)

Dermed

$$\begin{bmatrix} nx \\ y \end{bmatrix}_X = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{s_2=x} \begin{bmatrix} D_L/2s_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vi ser at $y_x = C \cdot \frac{D_L}{2s_1} + \cancel{D \cdot 0}$

$$= \left(s_1 + x - \frac{s_1 x}{f}\right) \frac{D_L}{2s_1}$$

$$= \frac{1}{2} D_L x \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{f} \right)$$

For at blenden skal være aperturstopp (AS),
må det være blenden som begrænser strålen,

dvs. $r_b < y_x$.

2b forts.

Ettersom det ikke er noen optiske element "nedstrøms" for blenden, må blenden selv være utgangspupille når blenden er AS.

Altså: utgangspupillen er i planet X .

Inngangspupillen finnes ved å avbilde AS gjennom linsen. Vi bruker Gauss' linseformel:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \Rightarrow \underline{s_i = \frac{xf}{x-f}}.$$

Det er oppgitt at $f > 0$ og at $0 < x \leq f \Rightarrow s_i < 0$.

Det er derfor klart at inngangspupillen ligger en avstand s_i til høyre (nedstrøms) for L.
(og også til høyre for X).

2c) Hvis $D=0$ må vi ha at $1 - \frac{x}{f} = 0$,

dvs. $x=f$ slik at blenden er plassert i fokallplanet til linse.

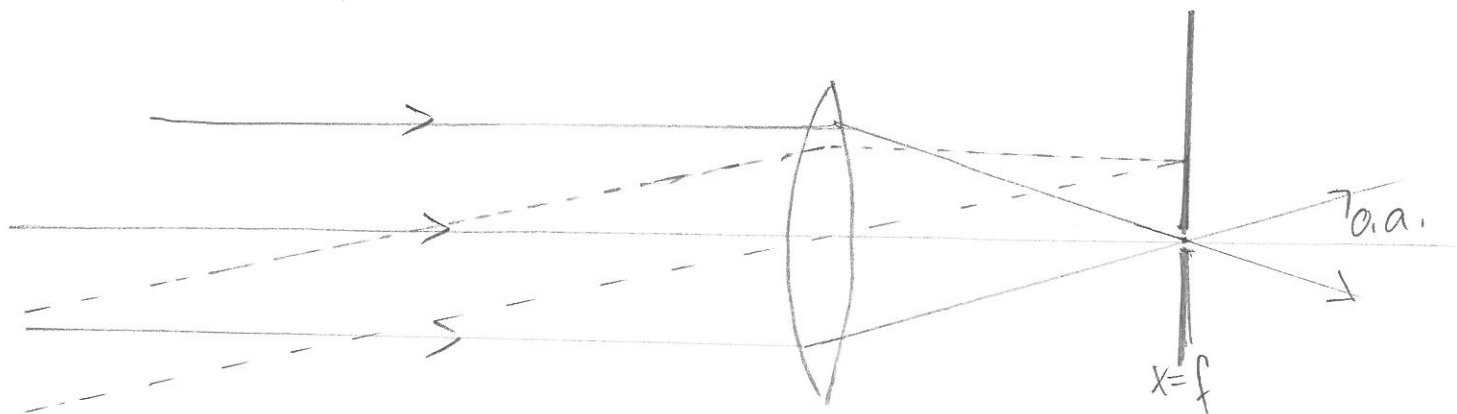
Dette innebærer at blenden (gitt $r_b < y_x$) vil være AS, og inngangspupillen vil være i $-\infty$.

I praksis innebærer dette at kun stråler som er parallelle med den optiske akse slipper gjennom systemet.

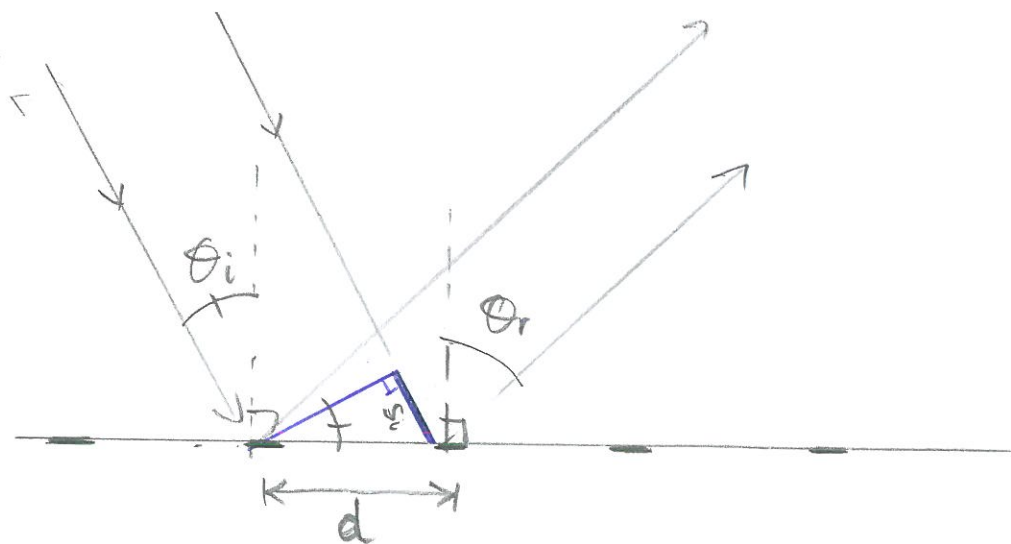
$\Rightarrow$ Systemet er "telesentrisk på objektsiden".^{4*}

Telesentriske system brukes bl.a. i maskin-syn for roboter fordi bildet ikke har perspektiv da alle stråler er parallelle: Alle gjenstander avbildes derfor med sin riktige størrelse, uavhengig av om de er nær eller langt unna observatoren.

* gitt at blendens radius er tilstrekkelig liten til at innkommende stråler må være parallelle med den optiske akse:



Oppg 3a



Vi ser av figuren at for innkommende nabastråler er gangveisforskjellen $d \sin \theta_i$, og for utgående stråler $d \sin \theta_r$.

Den totale gangveisforskjellen må tilsvare et helt antall bølglengder for å få konstruktiv interferens.

Dermed

$$\underline{m\lambda = d(\sin \theta_r - \sin \theta_i)} \quad \square$$

Oppgitt: $m=2$, $\lambda=600 \text{ nm}$, $\theta_i=0^\circ$, $L=30 \text{ mm}$, $\theta_r=33^\circ$.

$$\Rightarrow d = m\lambda \frac{1}{\sin \theta_r} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\sin 33^\circ}$$

; repetisjonsavstand.

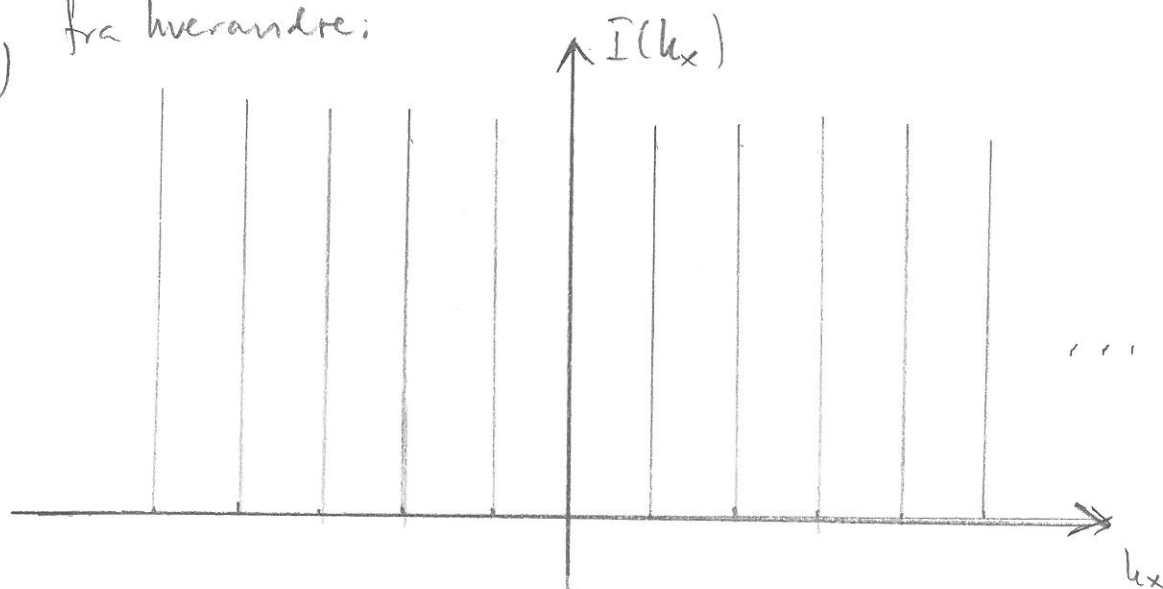
Antall linjer:

$$N = \frac{L}{d} = \underline{\underline{13616 \text{ linjer}}}$$

$$\approx \underline{\underline{14000 \text{ linjer}}}$$

3b) Stort antall tynne spalter, rep. avstand d , gir
 diffraksjonsmonster bestående av δ -funksjoner i avstand $\frac{2\pi}{d}$

i) fra hverandre:



ii) Hver tynne spalte erstattes av en spalte med bredde $d/4$.

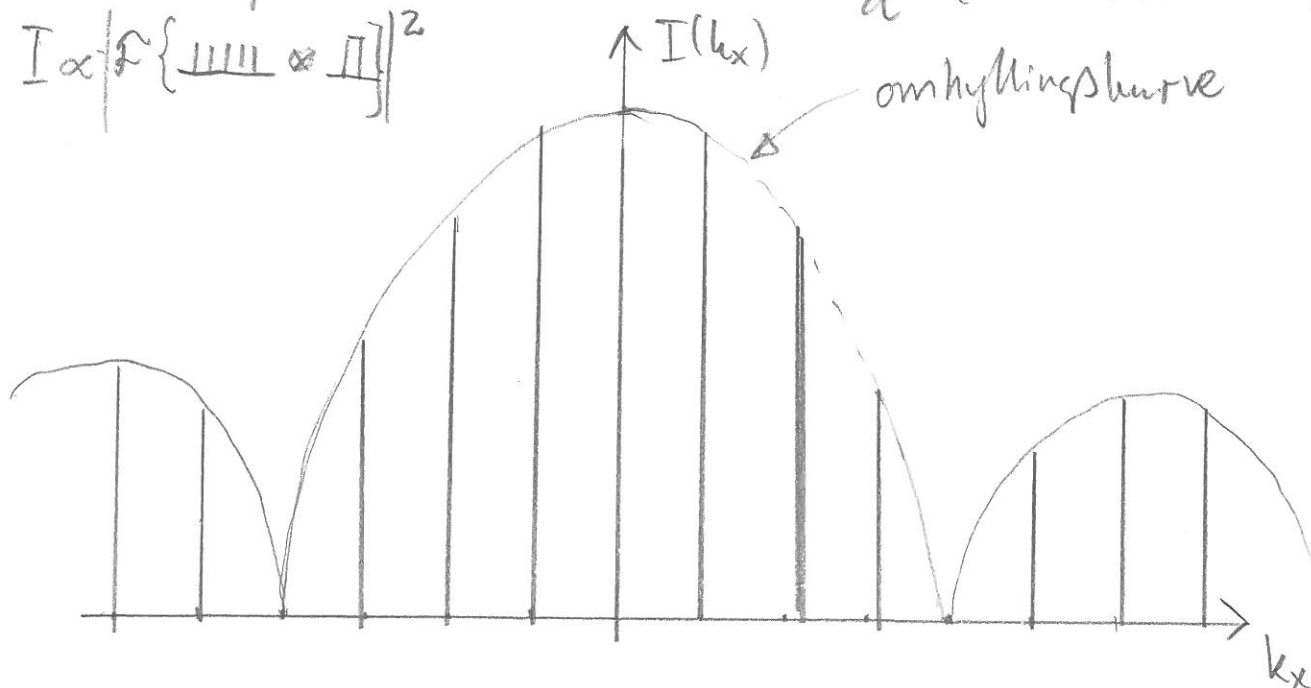
Dette er en konvolusjon i det reelle rommet $\Rightarrow$ multiplikasjon

i Fourier-rommet. Monstret fra i) skal altså

multipliseres med den Fourier-transformerte (kvadrert)
 av en rektangulær spalt, som er en sinc-funksjon

med første minimum ved $k_x = \frac{8\pi}{d}$ (4. maksimum i i)).

$$I \propto \left| \mathcal{F} \left\{ \text{III} \otimes \text{II} \right\} \right|^2$$



3c) Linsa vil avbilde alle parallelle stråler til samme punkt i fokalplanet (per def.).

Fraunhofer-diffraksjonsmønsteret kan derfor sees på en skjerm plassert i linsas bakre fokalplan.

(Uten linse kan Fraunhofer mønsteret sees i tilstrekkelig stor avstand fra gitteret til at de interfererende strålene også kan anses å være parallelle).

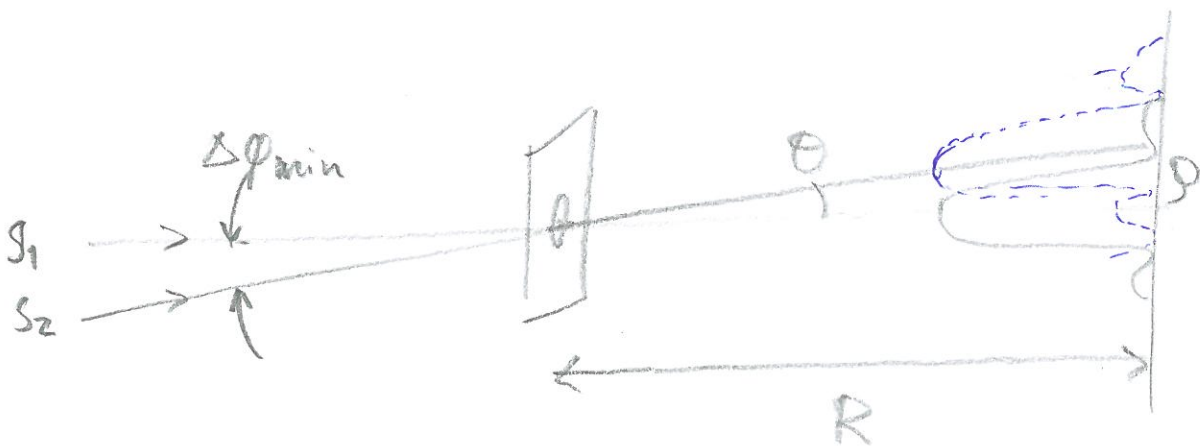
$$3d) \quad I = \left[\frac{J_1\left(\frac{k a \varphi}{R}\right)}{\frac{k a \varphi}{R}} \right]^2$$

$$J_1\left(\frac{k a \varphi}{R}\right) = 0 \Rightarrow \frac{k a \varphi}{R} = 3.83 \quad (1. \text{ minimum})$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a \varphi}{R} = 3.83$$

$$\arctan(\theta) = \frac{\varphi}{R} \Rightarrow \theta \approx \frac{\varphi}{R}$$

$$\frac{2a}{\lambda} \theta = \frac{3.83}{\pi} = 1.22$$



Vi ser at $\Delta\varphi_{\min} = \theta = 1.22 \frac{\lambda}{2a}$

ved Rayleigh-kriteriet: at maksimum for S_1
sammenfaller med minimum for S_2 .

3d forts). Hubble: $2a = 2,4 \text{ m}$
 $\lambda = 550 \text{ nm}$

$\Rightarrow$ minste oppløste vinkel

$$\Delta\phi_{\min} = \frac{1,22 \lambda}{2a} \quad (= 2,8 \cdot 10^{-7} \text{ rad.})$$

Ettersom Saturn er en (minste)avstand $L = 1,2 \cdot 10^9 \text{ km}$ fra Jorda, gir en minste vinkel $\Delta\phi_{\min}$ en transversalt oppløst distanse d ,

$$d = L \Delta\phi_{\min} = L \frac{1,22 \lambda}{2a}$$

$$= 1,2 \cdot 10^{12} \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{2,4} \text{ m}$$

$$= 335,5 \text{ km}$$

$$\underline{\underline{\approx 340 \text{ km}}}$$