

NTNU, Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:

Prof. Tore Lindmo, tlf. mobil: 911 47 844

EKSAMEN I EMNE TFY 4225 KJERNE OG STRÅLINGSFYSIKK

Mandag 30. november 2009

Tid: kl. 09.00 – 13.00

Hvert oppgavepunkt (a, b, c etc) gis lik vekt ved bedømmingen.

Hjelpemidler (C):

Bestemt, enkel kalkulator

Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Rottmann: Matematische Formelsammlung

Monday 30. November 2009

Time: 09h00 – 13h00

Each point (a, b, c etc) carries equal weight in the evaluation.

Allowed instruments (C):

Simple, specified calculator

Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Rottmann: Matematische Formelsammlung

CONSTANTS

Speed of light	c	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
Charge of electron	e	$1.602189 \times 10^{-19} \text{ C}$
Boltzmann constant	k	$1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
		$8.6174 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
Planck's constant	h	$6.62618 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
		$4.13570 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$
	$\hbar = h/2\pi$	$1.054589 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
		$6.58217 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$
Gravitational constant	G	$6.6726 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
Avogadro's number	N_A	$6.022045 \times 10^{23} \text{ mole}^{-1}$
Universal gas constant	R	$8.3144 \text{ J/mole} \cdot \text{K}$
Stefan-Boltzmann constant	σ	$5.6703 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$
Rydberg constant	R_∞	$1.0973732 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
Hydrogen ionization energy		13.60580 eV
Bohr radius	a_0	$5.291771 \times 10^{-11} \text{ m}$
Bohr magneton	μ_B	$9.27408 \times 10^{-24} \text{ J/T}$
		$5.78838 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$
Nuclear magneton	μ_N	$5.05084 \times 10^{-27} \text{ J/T}$
		$3.15245 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$
Fine structure constant	α	$1/137.0360$
	hc	$1239.853 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$
	$\hbar c$	$197.329 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$
	$e^2/4\pi\epsilon_0$	$1.439976 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$

PARTICLE REST MASSES

	u	MeV/c^2
Electron	5.485803×10^{-4}	0.511003
Proton	1.00727647	938.280
Neutron	1.00866501	939.573
Deuteron	2.01355321	1875.628
Alpha	4.00150618	3727.409
$\pi^\pm$	0.1498300	139.5669
π^0	0.1448999	134.9745
μ	0.1134292	105.6595

CONVERSION FACTORS

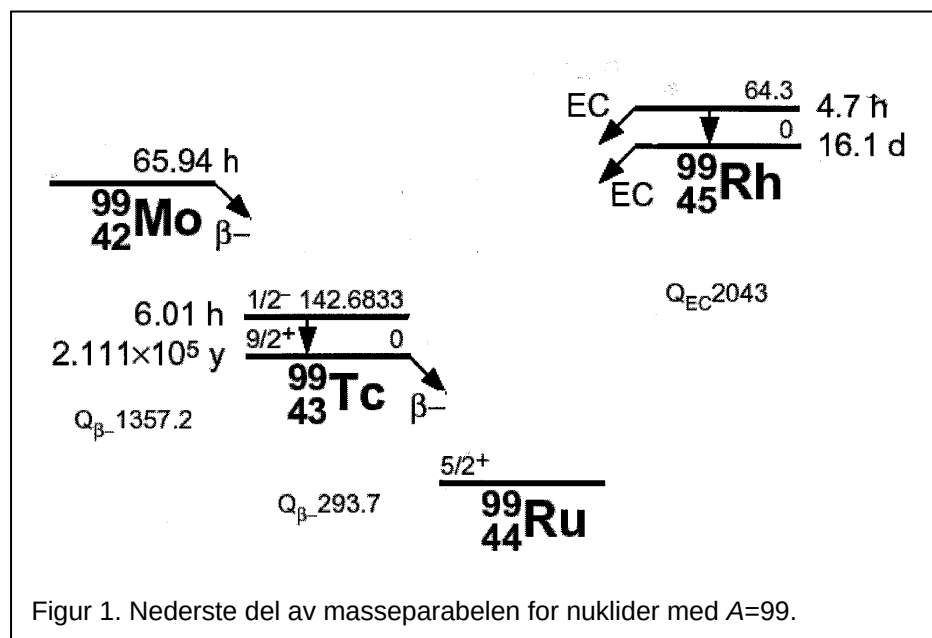
$$1 \text{ eV} = 1.602189 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV}/c^2$$

$$= 1.660566 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ decays/s}$$



Figur 1 inneholder informasjon som er relevant for oppgavene 1, 2 og 3, og illustrerer bl.a. hvordan ^{99m}Tc dannes ved β^- desintegrasjon av ^{99}Mo . Alle β^- overgangene fra Mo antas å gå til den eksiterte tilstanden ^{99m}Tc .

Oppgave 1.

- a) Skriv opp uttrykket for den atomære massen, $m(A, Z)$, til nuklide (A, Z) , slik den er gitt ved den semi-empiriske masseformelen (SEMF). Den totale bindingsenergien for en kjerne er gitt som:

$$B = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \Delta$$

hvor $a_1, \dots, a_4$ og Δ er konstanter som er bestemt ved tilpasning av formelen til eksperimentelle data. $a_1 = 15.56$ MeV, $a_2 = 17.23$ MeV, $a_3 = 0.58$ MeV, $a_4 = 23.28$ MeV, og $\Delta = 12/A^{1/2}$ MeV.

Redegjør kort for det fysiske grunnlaget for hvert av leddene som inngår i uttrykket for B .

- b) Vis hvordan masseformelen kan brukes for å finne et uttrykk for den verdi av Z som tilsvarer den mest stabile nukliden for en bestemt verdi av A , og vis at for $A=99$ er den stabile nukliden Ru-99, som vist i Figur 1. $m(^1\text{H}) = 1.007825$ u.

Oppgave 2.

a) Rekkefølgen av energinivåene i skallmodellen er $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$, $1g_{9/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$. Bruk dette til å forklare at spinn og paritet for grunntilstandene i ^{99}Tc og ^{99}Ru er henholdsvis $9/2^+$ og $5/2^+$, som angitt i Figur 1. Redegjør kort for at den eksiterte tilstanden metastabilt Technetium (^{99m}Tc) med energi 142.7 keV kan være en $1/2^-$ tilstand, som angitt i Figur 1.

b) Bestem hvilke multipolbidrag som finnes i gammastrålingen ved deeksitasjon av $1/2^-$ tilstanden ^{99m}Tc , og kommentér hvordan resultatet stemmer med den angitte halveringstiden for ^{99m}Tc (6.01 h).

c) Klassifiser β^- desintegrasjonen av ^{99}Tc til ^{99}Ru med hensyn til grad av forbudthet og type overgang (Fermi og/eller Gamow-Teller). Kommentér hvordan klassifikasjonen din stemmer overens med tabell 3.3. (Lilley) hvis det er gitt at verdien av Fermi-integralet for denne desintegrasjonen er $f=0.2$.

Table 3.3 Approximate values of $\log_{10} ft_{1/2}$ for different types of β -decay transition.

Type of transition	$\log_{10} ft_{1/2}$
Superaligned	~ 3.5
Allowed	5.5 ± 1.5
First forbidden	7.5 ± 1.5
Second forbidden	~ 12
Third forbidden	~ 16
Fourth forbidden	~ 21

Oppgave 3.

Metastabilt Technetium (^{99m}Tc) er en mye brukt nuklide i nukleærmedisin. Tilgang på nukliden får man i form av en Mo-kolonne som inneholder ^{99}Mo som desintegrerer til ^{99m}Tc , som vist i Figur 1. Ved gjennomskylling av kolonnen med vann (eluering) frigjøres den mengden ^{99m}Tc som er dannet siden forrige eluering, og denne vannløste mengden av ^{99m}Tc kan brukes for ønsket formål.

a) En Mo-kolonne inneholder ved leveringstidspunktet 1 MBq ^{99}Mo og er på det tidspunkt eluert fri for ^{99m}Tc . Hvor stor aktivitet av ^{99m}Tc kan elueres fra kolonnen 24 timer etter levering? Halveringstider for nuklidene er gitt i Figur 1.

b) Redegjør kort for hovedbestanddeler og virkningsprinsipper for et gammakamera, som brukes til nukleærmedisinsk avbildning.

c) Regn ut et "worst case" estimat for hva som blir ervervet effektiv dose for en person med kroppsmasse 70 kg som får injisert 0.2 MBq ^{99m}Tc , ut fra følgende antagelser: Det injiserte stoffet fordeler seg i hele kroppen, og det er ingen fysiologisk

utskillelse av det injiserte stoffet og dets datternuklider. Absorbert fraksjon for gammastråling med energi 142 keV er 0.36 når hele kroppen er kilde- og målorgan. Vurdér resultatet i forhold til dosegrenser for publikum og sannsynligheten for at den injiserte radioaktiviteten skal føre til utvikling av alvorlig kreftsykdom.

Oppgave 4.

a) Vis hvordan energitransferkoeffisienten μ_{tr} og energiabsorpsjonskoeffisienten μ_{en} er avledet fra den lineære attenuasjonskoeffisienten μ , med definisjon av de størrelsene som inngår.

Skriv uttrykkene for dose, kerma og kollisjonskerma for et gitt punkt i et medium som blir bestrålt med fotoner.

b) Forklar kort begrepet elektronlikevekt og skissér i en graf hvordan kollisjonskerma og dose endres ved grenseskiktet mellom to medier som bestråles med normalt innfallende fotoner. Anta at det er neglisjerbar attenuasjon av fotonstrålen som funksjon av dybden gjennom de to mediene, og forklar grafen med utgangspunkt i at både masseenergiabsorpsjonskoeffisienten for fotonene og gjennomsnittlig masse-kollisjonsstoppeevne for sekundærelektronene har lavere verdier i det første mediet fotonstrålen treffer, enn i det andre mediet.

Indikér på grafen hvor i mediene det er elektronlikevekt, og hvor det ikke er elektronlikevekt.

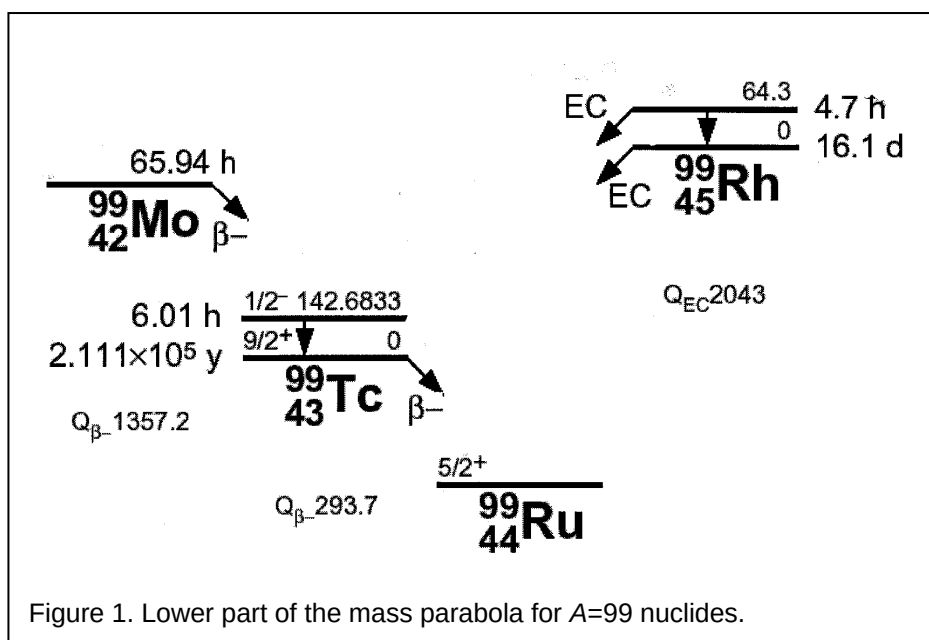


Figure 1 contains information relevant to problems 1, 2 and 3, illustrating among other things how ^{99m}Tc is generated by β^- disintegration of ^{99}Mo . All β^- transitions of Mo are assumed to go to the excited state ^{99m}Tc .

Problem 1.

a) Write the expression for the atomic mass, $m(A, Z)$, of nuclide (A, Z) as it is defined by the semi-empirical mass formula (SEMF).

The total binding energy of a nucleus is given by:

$$B = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \Delta$$

where $a_1, \dots, a_4$ and Δ are constants obtained by fitting of the formula to experimental data. $a_1 = 15.56$ MeV, $a_2 = 17.23$ MeV, $a_3 = 0.58$ MeV, $a_4 = 23.28$ MeV, and $\Delta = 12/A^{1/2}$ MeV.

Explain briefly the physical interpretation of each of the terms in the expression for B .

b) Show how the mass formula can be used to obtain an expression for the value of Z corresponding to the most stable nuclide at a given value of A . Show that for $A=99$ the most stable nuclide is Ru-99, as shown in Figure 1. $m(^1\text{H}) = 1.007825$ u.

Problem 2.

a) The sequence of the lower energy levels in the shell model is: $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$, $1g_{9/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$. Use this information to explain that the spin and parity of the ground states of ^{99}Tc and ^{99}Ru are $9/2^+$ and $5/2^+$, respectively, as indicated in Figure 1.

Explain why the excited metastable state of Technetium ($^{99\text{m}}\text{Tc}$) at energy 142.7 keV is a $1/2^-$ state, as indicated in Figure 1.

b) Determine the multipole contributions that will be present in the gamma decay of the $1/2^-$ state of $^{99\text{m}}\text{Tc}$, and comment on this multipolarity in relation to the indicated half-life of $^{99\text{m}}\text{Tc}$ (6.01 h).

c) Classify the β^- disintegration of ^{99}Tc to ^{99}Ru as regards the degree of forbiddenness and type of transition (Fermi and/or Gamow-Teller).

Comment on how your classification agrees with data in Table 3.3 (Lilley), if it is known that the value of the Fermi-integral of this disintegration is $f=0.2$.

Table 3.3 Approximate values of $\log_{10} ft_{1/2}$ for different types of β -decay transition.

Type of transition	$\log_{10} ft_{1/2}$
Superallowed	~ 3.5
Allowed	5.5 ± 1.5
First forbidden	7.5 ± 1.5
Second forbidden	~ 12
Third forbidden	~ 16
Fourth forbidden	~ 21

Problem 3.

Metastable Technetium ($^{99\text{m}}\text{Tc}$) is frequently used in nuclear medicine. The nuclide is made available in the form of a Mo-column containing ^{99}Mo which disintegrates into $^{99\text{m}}\text{Tc}$, as shown in Figure 1. By washing through (eluting) the column with water, the amount of $^{99\text{m}}\text{Tc}$ formed since the previous elution is washed off as an eluate, and may be used for the desired purpose.

a) A Mo-column contains at the time of delivery 1 MBq ^{99}Mo and is at that time free from $^{99\text{m}}\text{Tc}$. What activity of $^{99\text{m}}\text{Tc}$ can be eluted from the column 24 hours after delivery? Half-lives of the relevant nuclides are given in Figure 1.

b) Explain briefly what are the main components and the working principle of a gamma camera used for imaging in nuclear medicine.

c) Calculate a "worst case" estimate of the committed effective dose for a person of body mass 70 kg who receives an injection containing 0.2 MBq $^{99\text{m}}\text{Tc}$, based on the

following assumptions: The injected substance is distributed in the whole body, there is no physiological excretion of the substance or its daughter nuclide. Absorbed fraction of gamma radiation at energy 142 keV is 0.36 for the whole body as source and target organ.

Comment on this result in relation to dose limits valid for the general public and the possibility that this injected radioactivity will cause fatal cancer development.

Problem 4.

a) Show how the energy transfer coefficient μ_{tr} and the energy absorption coefficient μ_{en} are derived from the linear attenuation coefficient μ , with definitions of the quantities that are involved.

Write the expressions for dose, kerma and collision kerma at a given point in a certain medium irradiated by a photon beam.

b) Explain briefly the concept of charged particle equilibrium (electron equilibrium), and show in a graph how collision kerma and dose change close to the interface between two media that are irradiated by a photon beam at normal incidence. Assume that there is negligible attenuation of the photon beam as a function of depth through the two media, and explain the graph based on the assumption that both the mass energy absorption coefficient and the average mass collision stopping power of secondary electrons have lower values in the first medium traversed by the photon beam, than in the second medium.

Indicate in the graph where in the media there is electron equilibrium, and where there is not.