

NTNU, Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:

Prof. Tore Lindmo, tlf. mobil: 911 47 844

EKSAMEN I EMNE TFY 4225 KJERNE OG STRÅLINGSFYSIKK

Onsdag 12. desember 2012

Tid: kl. 09.00 – 13.00

Hvert oppgavepunkt (a, b, c etc) gis lik vekt ved bedømmingen.

Hjelpemidler (C):

Bestemt, enkel kalkulator

Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Rottmann: Matematische Formelsammlung

Wednesday December 12th, 2012

Time: 09h00 – 13h00

Each point (a, b, c etc) carries equal weight in the evaluation.

Allowed instruments (C):

Simple, specified calculator

Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Rottmann: Matematische Formelsammlung

CONSTANTS

Speed of light	c	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
Charge of electron	e	$1.602189 \times 10^{-19} \text{ C}$
Boltzmann constant	k	$1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
		$8.6174 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
Planck's constant	h	$6.62618 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
		$4.13570 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$
	$\hbar = h/2\pi$	$1.054589 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
		$6.58217 \times 10^{-16} \text{ eV} \cdot \text{s}$
Gravitational constant	G	$6.6726 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
Avogadro's number	N_A	$6.022045 \times 10^{23} \text{ mole}^{-1}$
Universal gas constant	R	$8.3144 \text{ J/mole} \cdot \text{K}$
Stefan-Boltzmann constant	σ	$5.6703 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$
Rydberg constant	R_∞	$1.0973732 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
Hydrogen ionization energy		13.60580 eV
Bohr radius	a_0	$5.291771 \times 10^{-11} \text{ m}$
Bohr magneton	μ_B	$9.27408 \times 10^{-24} \text{ J/T}$
		$5.78838 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$
Nuclear magneton	μ_N	$5.05084 \times 10^{-27} \text{ J/T}$
		$3.15245 \times 10^{-8} \text{ eV/T}$
Fine structure constant	α	$1/137.0360$
	hc	$1239.853 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$
	$\hbar c$	$197.329 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$
	$e^2/4\pi\epsilon_0$	$1.439976 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$

PARTICLE REST MASSES

	u	MeV/c^2
Electron	5.485803×10^{-4}	0.511003
Proton	1.00727647	938.280
Neutron	1.00866501	939.573
Deuteron	2.01355321	1875.628
Alpha	4.00150618	3727.409
$\pi^\pm$	0.1498300	139.5669
π^0	0.1448999	134.9745
μ	0.1134292	105.6595

CONVERSION FACTORS

$$1 \text{ eV} = 1.602189 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV}/c^2$$

$$= 1.660566 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ decays/s}$$

Oppgave 1.

$^{207}_{83}\text{Bi}$ er en elektron innfangings-nuklide (EC) som kan brukes som kilde for beta-spektroskopi (som f.eks. i laboppg. 3) fordi den gir et betydelig utbytte av konversjonselektroner.

Desintegrasjonsskjemaet for Bi-207 er vist i figur 1, med angivelse av energier (i MeV) for eksiterte nivåer i datternukliden. Figuren viser også de tre sterkeste gamma- overgangene.

a) Skriv på symbolform kjerneprosessen som skjer ved EC-desintegrasjon av en nuklide. Utled uttrykket for Q-verdien for denne prosessen, hvor du også tar hensyn til bindingsenergien for det elektronet som fanges inn.

Hvordan modifiseres formelen dersom innfangingsprosessen går til en eksitert tilstand i datternukliden?

Som desintegrasjons-skjemaet viser, skjer EC-overgangen til de to øverste eksiterte nivåene i datternukliden.

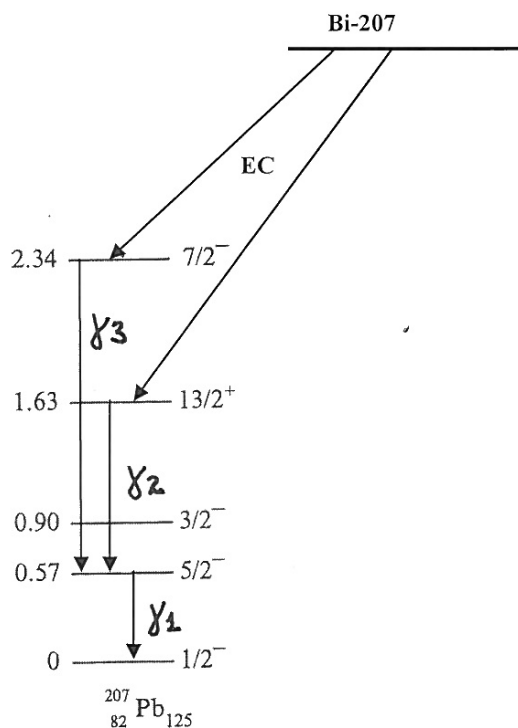
Beregn de aktuelle Q-verdiene og avgjør om både K og L-elektroner kan delta i EC-prosessen for begge disse overgangene.

Oppgitte masseoverskudd: Bi-207: $-21545 \mu\text{u}$; Pb-207: $-24119 \mu\text{u}$.

Bindingsenergier i keV for K og L-elektroner er gitt i tabellen nedenfor:

Z	K	$L_I-L_{III}^*$
81	85.5	14.2
82	88.0	14.7
83	90.5	15.2
84	93.1	15.6
85	95.7	16.2

* Middelverdi for L_I-L_{III} .



Figur 1

b) Bestem multipolariteten for de tre indikerte gammaovergangene i datternukliden Pb-207.

Opphavsnivået for en av de sterke gamma-overgangene representerer en tilstand med uvanlig lang levetid (0.8 s).

Gi en begrunnelse for hvilken tilstand dette er, ut ifra multipolariteten for gamma-deksitasjon av de ulike tilstandene.

c) Alle de tre indikerte de-eksitasjonene skjer i vesentlig grad med konversjonselektroner (parallelt med gamma).

Beregn energiene både for K og L elektroner som emitteres ved hver av de tre overgangene.

Forklar kort prinsippene for å bestemme stoppeevnen for elektroner med energier omkring 500 og 1000 keV i et valgt materiale (f.eks. aluminium) ved hjelp av beta-spektroskopi med Bi-207 som kilde.

Hvilken type detektor er hensiktsmessig å bruke?

d) Forklar nukleonkonfigurasjonen i grunntilstanden, med spinn og paritet, for Bi-207 og datternukliden Pb-207 ut ifra skallmodellen vist i figur 2.

Forklar også hvordan de angitte spinn og paritetstilstander som er angitt i figur 1 for de eksiterte tilstander av Pb-207, framkommer.

e) Desintegrasjonen av Bi-207 til Pb-207 kan kanskje også skje ved β^+ emisjon i parallell med EC.

Om en slik β^+ prosess skjer fra grunntilstand i opphavsnukliden til grunntilstand i datternukliden, hva blir da graden av forbudthet for denne prosessen.

Bestem også om det ville bli en Fermi og/eller Gamow/Teller overgang.

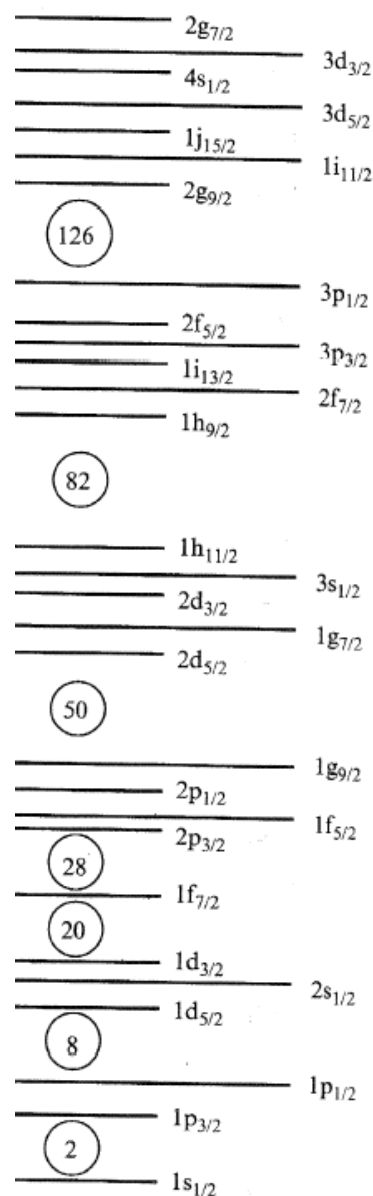
Oppgave 2.

Ved elastisk nøytronspredning mot ^{14}N opptrer det en sterk resonans i tverrsnittet for $^{14}\text{N}(n,n)^{14}\text{N}$ ved innkommende nøytronenergi $T_n=1,779$ MeV i labsystemet, hvor targetkjernen er i ro. Denne informasjonen skal brukes til å bestemme eksitasjonsenergien for den kortlivede compound-kjernen $^{15}\text{N}^*$ som dannes ved denne reaksjonen.

a) Vis at den totale kinetiske energi i massesentersystemet (CM-systemet), det vil si «kollisjonsenergien», er gitt ved $T_c = T_n M / (M + m)$, hvor T_n er innkommende nøytrons kinetiske energi i labsystemet, nøytronmassen er m , og targetmassen er M .

b) Sett opp uttrykket for total energibevarelse i CM-systemet (inkludert masse-energi) for reaksjonen $^{14}\text{N} + n \rightarrow ^{15}\text{N}^*$.

Beregn eksitasjonsenergien for den dannede compound-kjernen $^{15}\text{N}^*$. Oppgitte atomære masseoverskudd for nuklidene i grunntilstanden er 3074 μu for ^{14}N og 109 μu for ^{15}N .



Figur 2

c) Tverrsnittet for en bestemt resonansreaksjon (α, β) i nærheten av resonansenergien E_r er gitt ved Breit-Wigner formelen:

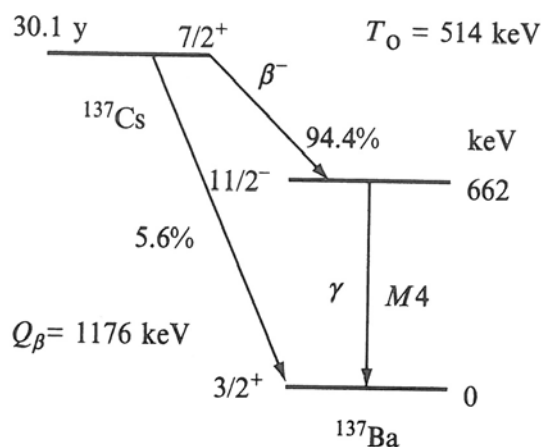
$$\sigma_{\alpha\beta} = g_{\alpha}(J) \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \cdot \frac{\Gamma_{\alpha}\Gamma_{\beta}}{(E - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

Dersom det total innfangingstverrsnittet (dannelsestverrsnittet for $^{15}\text{N}^*$ i den ovennevnte reaksjonen) ved resonans er 40 b, mens det tilsvarende tverrsnittet for den bestemte reaksjonen med elastisk spredning som utfallskanal, det vil si for reaksjonen $^{14}\text{N}(n,n)^{14}\text{N}$, er 24 b, i hvor stor prosentandel av reaksjonene blir da utfallskanalen noe annet enn elastisk spredning?

Oppgave 3.

a) Skriv formelen for spesifikk effektiv energi (SEE), og vis at for inntak av ^{137}Cs via mage/tarm-systemet, så er $\text{SEE} \approx 1.5 \cdot 10^{-15}$ Gy/desintegrasjon. Bruk informasjonen i desintegrasjonsskjemaet i figur 3. Anta at ^{137}Cs er uniformt fordelt i kroppen (70 kg), og at absorbert fraksjon av 662 keV fotonenergi er 0,75.

b) Skriv formelen for ervervet effektiv dose etter inntak av ^{137}Cs basert på SEE-parameteren i pkt a) og informasjon om at den biologiske halveringstiden for ^{137}Cs i kroppen er mye kortere enn den radiologiske halveringstiden for nukliden (som er 30 år). Bestem den biologiske halveringstiden for ^{137}Cs i kroppen dersom det er kjent at den effektive dosekoeffisienten $e(50)$ er $13 \mu\text{Sv/kBq}$.



Figur 3

Problem 1.

$^{207}_{83}\text{Bi}$ is an electron capture nuclide (EC) which is often used for beta spectroscopy (e.g. as in lab-assignment 3) since it has a significant yield of conversion electrons. The disintegration scheme of Bi-207 is shown in figure 1, with indicated energies (in MeV) of excited levels of the daughter nuclide. Also shown are the three strongest gamma transitions.

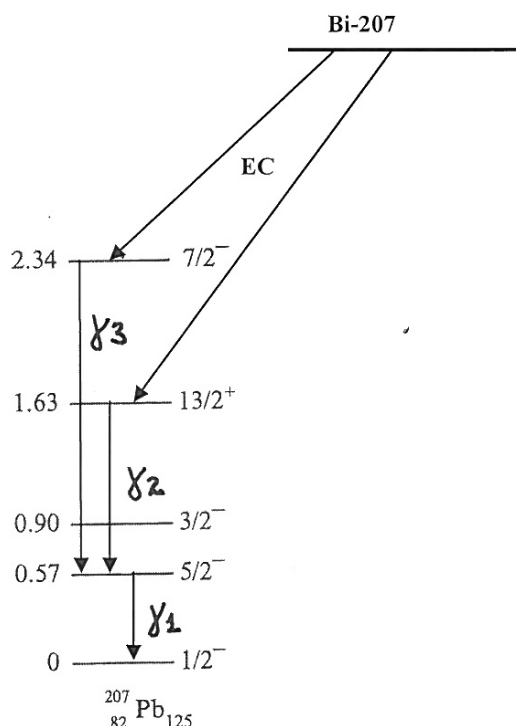


Figure 1

a) Write down in symbol form the process taking place in EC disintegration of a nuclide.

Derive the expression for the Q-value of this process, taking into consideration the binding energy of the captured atomic electron.

How is the derived expression modified if the EC process goes to an excited state of the daughter nuclide?

As shown in the disintegration scheme, the EC transition goes to the two higher excited states of the daughter nuclide.

Calculate the corresponding Q-values and

determine whether both K as well as L

electrons can participate in each of the two EC processes.

Given mass excess values: Bi-207: $-21545 \mu\text{u}$; Pb-207: $-24119 \mu\text{u}$.

Binding energies in keV of K and L electrons are given in the table below:

Z	K	$L_I - L_{III}^*$
81	85.5	14.2
82	88.0	14.7
83	90.5	15.2
84	93.1	15.6
85	95.7	16.2

* Mean value for $L_I - L_{III}$.

b) Determine the multipolarity of each of the three indicated gamma transitions in the daughter nuclide Pb-207.

The initial state of one of the strong gamma transitions represents a state of unusually long half-life (0.8 s).

Indicate which one of the states this is, based on the determined multipolarities of the transitions.

- c) All three of the indicated transitions occur with significant emission of conversion electrons, in parallel to gamma.
Calculate the energies of K and L conversion electrons emitted in each of the three transitions.
Explain briefly the principles of determining the stopping power of electrons at energies about 500 and 1000 keV in a chosen material (e.g. aluminium) by means of beta spectroscopy using Bi-207 as a source.
What type of detector is suitable for this purpose?
- d) Explain the nucleon configuration, including spin and parity, of the ground state of Bi-207 and its daughter nuclide Pb-207 based on the shell model shown in figure 2.
Explain how the excited states of Pb-207 indicated in figure 1 are formed.
- e) Disintegration of Bi-207 into Pb-207 could possibly also occur by β^+ emission in parallel with EC.
If such a β^+ process occurred, from the ground state of the parent nuclide to the ground state of the daughter nuclide, what would be the degree of forbiddenness of this process?
Determine also whether it would be a Fermi and/or a Gamow/Teller process.

Problem 2.

In elastic neutron scattering on ^{14}N there is a strong resonance in the cross section for the reaction $^{14}\text{N}(n,n)^{14}\text{N}$ at an incoming neutron energy of $T_n = 1,779 \text{ MeV}$ in the laboratory coordinate system, where the target nucleus is at rest. This information is to be used to determine the excitation energy of the short-lived compound nucleus $^{15}\text{N}^*$ that is formed during this reaction.

- a) Show that the total kinetic energy in the center-of-mass system (CM), i.e. the «collision energy», is $T_c = T_n M / (M + m)$, where T_n is the kinetic energy of the incoming neutron in the lab system, m is the neutron mass, and M the mass of the target nucleus.
- b) Express conservation of total energy (including rest-mass energies) for the reaction $^{14}\text{N} + n \rightarrow ^{15}\text{N}^*$.
Calculate the excitation energy of the compound nucleus $^{15}\text{N}^*$.
Mass excess values of the nuclides in their ground states are $3074 \mu\text{u}$ for ^{14}N and $109 \mu\text{u}$ for ^{15}N .

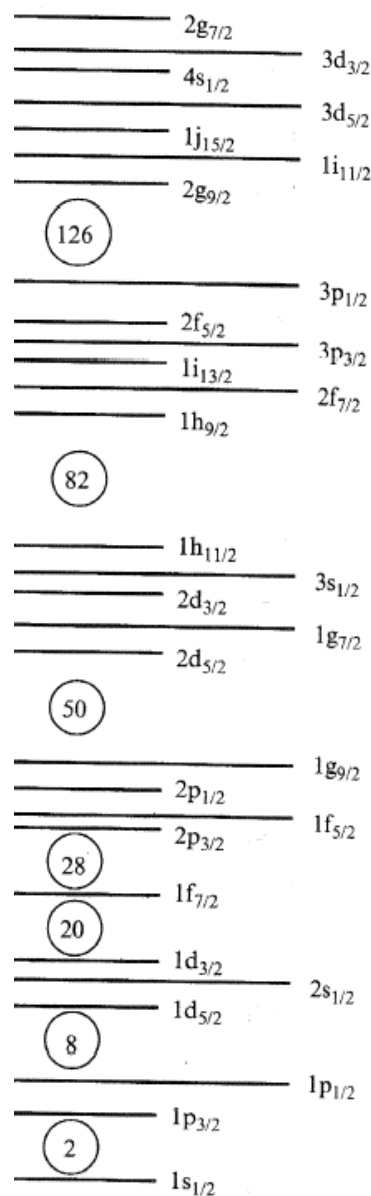


Figure 2

c) The cross section for a given resonance reaction (α, β) close to the resonance energy E_r , is given by the Breit-Wigner formula:

$$\sigma_{\alpha\beta} = g_{\alpha}(J) \frac{\pi}{k_{\alpha}^2} \cdot \frac{\Gamma_{\alpha}\Gamma_{\beta}}{(E - E_r)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

If the total cross section for the formation of the compound nucleus $^{15}\text{N}^*$ in the above reaction is 40 b at resonance, while the cross section for the specified reaction having elastic scattering as the exit channel, i.e. the reaction $^{14}\text{N}(n,n)^{14}\text{N}$, is 24 b, in what percentage of the reactions will the exit channel then be something else than elastic scattering?

Problem 3.

a) Write the formula for specific effective energy (SEE) and show that for ingestion of ^{137}Cs , $\text{SEE} \approx 1.5 \cdot 10^{-15} \text{ Gy/disintegration}$. Use information in the decay diagram shown in figure 3. Assume that ^{137}Cs is distributed uniformly throughout the whole body (70 kg), and that the absorbed fraction of 662 keV photon energy is 0.75.

b) Write the formula for the committed effective dose after ingestion of ^{137}Cs based on the SEE found above and knowledge that the biological half-life of ^{137}Cs in the body is very much shorter than the radiological half-life of the nuclide (which is 30 yrs).

Determine the biological half-life of ^{137}Cs in the body if the effective dose coefficient $e(50)$ is known to be $13 \mu\text{Sv/kBq}$.

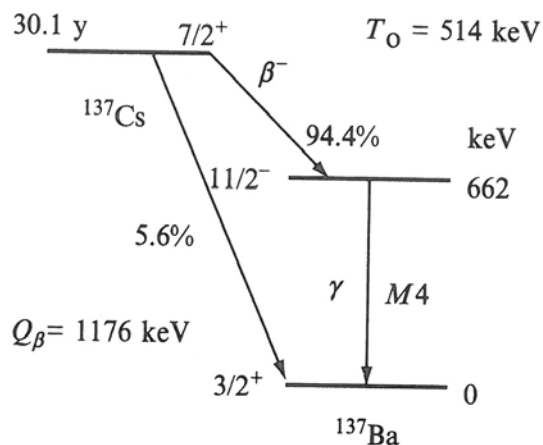


Figure 3