

Kontinuasjonseksamen

Teoretisk Fysikk IB (Statistisk mekanikk) Fag 715 15

15. august 1974 kl. 9 - 14.

Tillatte hjelpemidler: Logaritmetabell og reknestav.

Vennligst skriv bare på forsiden av arkene.

I

a) Skriv opp (uten utledning) fordelingsfunksjonen i det kanoniske ensemble for N identiske klassiske partikler. Identifiser alle størrelser som inngår.

b) Hva sier ekvipartisjonsprinsippet? Bevis det.

c) Kraften på en fjærvekt som er forlenget et stykke x er

$$F = ax \quad (a = \text{konstant}).$$

Finn den midlere termiske fluktuasjon av fjærlengden når en har termisk likevekt med temperatur T .

Hvor stor er den minste masse som kan måles med fjærvekten når måleutslaget skal være større enn den midlere termiske fluktuasjon?

d) Bevis følgende generalisering av ekvipartisjonsprinsippet:

$$\langle q_i \frac{\partial H}{\partial q_i} \rangle = \langle p_i \frac{\partial H}{\partial p_i} \rangle = kT$$

forutsatt at Hamiltonfunksjonen $H \rightarrow \infty$ tilstrekkelig raskt når q_i og $p_i \rightarrow \pm \infty$.

For en relativistisk gass av N partikler gjelder

$$H = \sum_{i=1}^N m_i c^2; \quad \vec{p}_i = m_i \vec{v}_i \quad \text{der} \quad m_i = \frac{m_{oi}}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}}$$

Her er m_{oi} hvilemassen til partikkel nr. i . Bevis at for hastighetene $\vec{v}_i$ gjelder

$$\left\langle \frac{v_i^2}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} \right\rangle = \frac{3kT}{m_{oi}}$$

i termisk likevekt.

II

- a) Vis v.h.a. det store kanoniske ensemble at det midlere partikkeltall i k'te énpartikkel tilstand for ikke-vekselvirkende spinnløse partikler er gitt ved

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{e^{(\epsilon_k - \mu)/kT} - 1} .$$

- b) Bestem kondensasjonstemperaturen T_λ der Bose-Einstein kondensasjonen inntreffer for en gitt antallstetthet $\rho = \langle N \rangle / V$.
- c) Beregn T_λ for heliumisotopen He^4 (betraktet som en ideell gass) ved massetettheten $\rho_m = 0.178 \text{ g/cm}^3$.

Oppgitt:

Antall energitilstander i intervallet $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$ er meget nær $2\pi(2m/h^2)^{\frac{3}{2}} V \epsilon^{\frac{1}{2}} d\epsilon$.

$$\int_0^\infty \frac{x^{\frac{1}{2}} dx}{e^x - 1} = 2.315$$

H^4 - atomets masse : $m = 6.64 \cdot 10^{-24} \text{ g}$.

Plancks konstant: $h = 6.62 \cdot 10^{-27} \text{ erg.sek.}$

Boltzmanns konstant: $k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/deg.}$