

Eksamen i
fag 71515 TEORETISK FYSIKK IB – STATISTISK MEKANIKK
Onsdag 14. desember 1977
kl. 0900 – 1500

Tillatte hjelpemidler: K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung,
lommekalkulator, regnestav.

Oppgave I.

1. Formuler og bevis det klassiske ekvipartisjonsprinsippet.
2. Hva gir dette prinsippet for C_V til en ideell gass av
 - a) enatomige molekyler,
 - b) toatomige molekyler,
 - c) lineære treatomige molekyler.
3. Skisser kort den eksperimentelle situasjon relativt ekvipartisjonsprinsippet. Hvorfor er gyldigheten av prinsippet begrenset?

Oppgave II.

Den store kanoniske partisjonsfunksjonen for en enatomig gass kan skrives

$$\begin{aligned} e^{\beta pV} = \Xi &= \sum_{N \geq 0} \frac{e^{\beta \mu N}}{N! h^{3N}} \int dp dq e^{-\beta H_N(p, q)} \\ &= \sum_{N \geq 0} \frac{e^{\beta \mu N}}{N! \Lambda^{3N}} Q_N \end{aligned} \quad (1)$$

1. Definer størrelsene som inngår i (1) og regn ut den termiske

de Broglie bølgelengden $\Lambda = \Lambda(T)$.

2. Vis hvordan tilstandslikningen $p=p(\rho, T)$ kan finnes på parameterform ut fra Ξ , med det kjemiske potensial μ som parameter.
3. Bruk dette til å beregne $\mu = \mu(p, T)$ for en ideell enatomig gass.
4. Utled av (1) den midlere kvadratiske fluktuasjon i partikkeltallet, $\langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle$, uttrykt ved termodynamiske størrelser. Under hvilke omstendigheter er partikkelfluktuasjonene visuelt observerbare?

Oppgitt: $\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-\gamma x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}}$

Oppgave III.

Betrakt et system av N ikke-vekselvirkende kjernespinns på faste gitterpunkt. Systemet er i likevekt ved temperaturen T og befinner seg i et konstant magnetfelt H rettet langs z -aksen. Komponenten $s_z^{(i)}$ langs z -aksen av det i 'te kjernespinnet kan da anta de $2s+1$ verdiene $-s, -s+1, \dots, s-1, s$. Hamiltonfunksjonen for systemet er gitt som

$$H = - \sum_{i=1}^N c s_z^{(i)} H$$

der c er en konstant. Magnetiseringen pr. spinn er gitt som $M_s = c \langle s_z^{(i)} \rangle$.

1. Beregn først for tilfellet $s=\frac{1}{2}$ partisjonsfunksjonen $Z_{\frac{1}{2}}$ og magnetiseringen pr. spinn $M_{\frac{1}{2}}$. Uttrykk svarene ved den dimensjonsløse variable $\alpha = cH/kT$.
2. Beregn videre entropien pr. spinn $S_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial T} (kT \ln Z_{\frac{1}{2}})$.
3. Vis dernest at for vilkårlig s er magnetiseringen pr. spinn gitt som

$$M_s = c \left\{ (s+\frac{1}{2}) \coth[(s+\frac{1}{2})\alpha] - \frac{1}{2} \coth \frac{\alpha}{2} \right\}$$

Beregn den tilsvarende entropi pr. spinn S_s . Kontroller svarene mot tidligere regninger ved å sette $s = \frac{1}{2}$.

4. Finn dernest M_s og $\bar{S}_s = S_s - k \ln \frac{2s+1}{4\pi}$ i grensen $s \rightarrow \infty$, $c \rightarrow 0$ slik at $sc = c_0 = \text{konstant}$.
5. Bestem til slutt oppførselen til $S_{\frac{1}{2}}$ og $\bar{S}_\infty (sc=c_0)$ ved lave temperaturer i de to tilfellene a) $\hbar = 0$ og b) $\hbar \neq 0$. Kommenter resultatene.