

UNIVERSITETET I TRONDHEIM  
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE  
INSTITUTT FOR EKSPERIMENTALFYSIKK

EKSAMEN I FAG 715 15  
STATISTISK MEKANIKK  
(ved Lærerhøgskolen Statistisk mekanikk F 113)

Onsdag 10 desember 1986

kl. 0900 - 1600

Tillatne Godkjent Kalkulator.

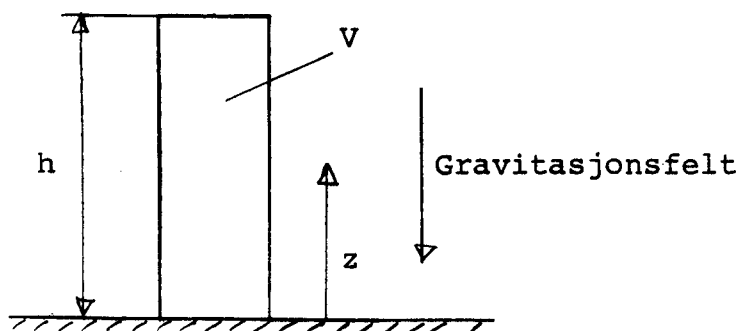
Hjelpemiddel: K. Rottmann: Matematiske Formelsammling  
O. Øgrim: Størrelser og enheter i  
fysikken.

Fagleg kontakt: K. Budal, tlf. 3455.

-----

Oppgave 1

Ein ideell gass av  $N$  atom er plassert i ein sylinder med volum  $V$  og høgd  $h$  i eit gravitasjonsfelt med konstant tyngdeakselerasjon  $g$ . Kvart atom har massen  $m$ .



- a) Finn sannsynligheten  $P(\vec{r}_1, \vec{p}_1) d^3 r_1 d^3 p_1$  (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant  $C_1$ ) for at eit atom (f.eks. nr.1) har ein posisjon i intervallet  $\vec{r}_1$  til  $\vec{r}_1 + d\vec{r}_1$  og ein impuls i intervallet  $\vec{p}_1$  til  $\vec{p}_1 + d\vec{p}_1$ .

- b) Finn sannsynligheten  $P(\vec{v}_1)d^3v_1$  (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant  $C_2$ ) for at eit atom har ein fart i intervallet  $\vec{v}_1$  til  $\vec{v}_1 + d\vec{v}_1$ .
- c) Finn sannsynligheten  $P(z_1)dz_1$  (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant  $C_3$ ) for at eit atom har ein vertikalposisjon i intervallet  $z_1$  til  $z_1 + dz_1$ .

Bruk så normeringskravet til å bestemma konstanten  $C_3$ .

Oppgitt:

$$\rho = Ce^{\beta(F-H)}$$

Kandidaten må sjølv tolka symbola.

## Oppgave 2

Eit atom er plassert i ein behaldar med volum  $V$ . Atomet er i termisk likevekt med veggene i behaldaren som har temperaturen  $T$ . Atomet kan dissosierast i eit ion og eit elektron. Det udissoisierte atomet (konfigurasjon 1) har energien

$$E_1 = \frac{p^2}{2M},$$

der  $p$  er impulsen til atomet og  $M$  er atommassen. Det dis-sosierte atomet (konfigurasjone 2) har tilnærma totalenergien

$$E_2 \cong \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2M} + u,$$

der dei to 1. ledda er dei kinetiske energiane til elektronet og ionet, respektivt og  $u$  er ionisasjonsenergien (den potensielle energien). Vi har neglisjert masseskilnaden mellom atomet og ionet. Vi ser bort frå vekselverknaden mellom ionet og elektronet etter dissosiasjonen ( $u = \text{konstant}$ ).

- a) Finn sannsynligheten  $P_u$  (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant) for at atomet skal vera udis-sosiert.
- b) Finn sannsynligheten  $P_d$  (med unntak av ein triviell proporsjonalitetskonstant) for at atomet skal vera dis-sosiert. Skriv ned eit uttrykk for  $\alpha = P_u/P_d$ .
- c) Vanligvis er  $u \gg kT$ . Vil i så fall atomet, ved eit lite volum  $V$ , vera dissosiert eller ikkje?
- d) Anta at  $u \gg kT$ , men at volumet  $V$  blir gjort svært stort ( $V \rightarrow \infty$ ). Korleis går det nå med brøkdelen  $\alpha$ ? Gi ei fysisk forklaring på resultatet.
- e) Dei indre deler av sola består av varme gassar, mens dei ytre delane (koronaen) er kaldare og har mindre tetthet. Undersøkelser av sollyset viser at atoma i dei ytre delane inneheld fleire dissosierte atom enn dei indre, varmare delane. Korleis kan dette resultatet forklarast?

Oppgitt:

$$1) \quad \rho = \frac{1}{\pi N_i! h^{3N_i}} e^{\beta(F-H)}$$

$$2) \quad \int_{-8}^{+8} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\pi/\alpha}$$

Kandidaten må sjølv tolka symbola.

Oppgave 3

Vi ser på eit kanonisk system av  $N$  identiske, ikkje-vekselverkande, spinnlause, boson. Systemet har berre to tilgjengelege einpartikkeltilstandar med einpartikkelenenergiane  $\epsilon_1 = 0$  og  $\epsilon_2 = \epsilon$ , respektivt.

- Finn sannsynligheten  $p(n_1)$  for at grunntilstanden skal innehalda  $n_1$  partiklar. Skriv svaret som funksjon av  $N$  og  $q = e^{-\epsilon/kT} \leq 1$ .
- Finn det middels besettelsestalet  $\langle n_1 \rangle$  for grunntilstanden, uttrykt ved  $N$  og  $q$ .
- Skisser forholdet  $\alpha = \langle n_1 \rangle / N$  som funksjon av  $q$  for  $N = 100$ .
- Finn eit uttrykk for den indre energien  $U$  for systemet uttrykt ved  $N$ ,  $\epsilon$  og  $\langle n_1 \rangle$ .  
Finn varmekapasiteten  $C_V$  for systemet når  $N = 1$ .

Oppgitt:

$$p_n = \frac{e^{-\beta E_n}}{\sum_n e^{-\beta E_n}}$$

Kandidaten må sjølv tolka symbola.