

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen

Prof. P. C. Hemmer
Tlf. 3648

EKSAMEN I FAG 71515 STATISTISK MEKANIKK

VED AVH: F 113 STATISTISK MEKANIKK

ONSDAG 17.8.1988

KL.0900 - 1500

Tillatte hjelpemidler: Rottmann Mathematische Formelsammlung
Godkjent lommekalkulator.

I. Konvensjonelle oppgaver. (Hvert punkt teller likt, tilsammen 50%).
Besvares, som vanlig, på separate ark.

Oppgave 1

a. En ideell gass med temperatur T befinner seg i et "uendelig" høyt kar i et konstant tyngdefelt. Beregn midlere potensielle energi pr. partikkel. Den potensielle energi defineres som null i bunnen av karet.

b. Et speil er festet i en tynn torsjonstråd som vist på figuren. Når



speilet blir utsatt for et dreiemoment M , dreier det en vinkel $\phi = M/S$ ut fra likevektsstillingen, der S er trådens torsjonsstivhet. Bestem energifunksjonen $E(\phi)$ for speilets dreiebevegelse.

Speilet er i termisk likevekt med en gass med temperatur T . Finn et uttrykk for midlere kvadratiske avvik, $\langle \phi^2 \rangle$, fra likevektsstillingen $\phi = 0$.

Oppgave 2

For fermioner eller bosoner uten vekselvirkninger er fordelingen over mulige besettestall, n_k , i enpartikkeltilstanden ψ_k

uavhengig av besettestallene i de andre tilstandene. Da kan vi definere en stor kanonisk "partisjonsfunksjon" for en enkelt tilstand som

$$z_k = \sum_{n_k} e^{\beta(\mu - \epsilon_k)n_k}.$$

a. Bestem z_k for fermioner og for bosoner.

b. Vis at fluktuasjonskvadratet,

$$\langle \delta n_k^2 \rangle = \langle n_k^2 \rangle - \langle n_k \rangle^2, \text{ kan skrives som}$$

$$\langle \delta n_k^2 \rangle = \langle n_k \rangle [1 \mp \langle n_k \rangle]$$

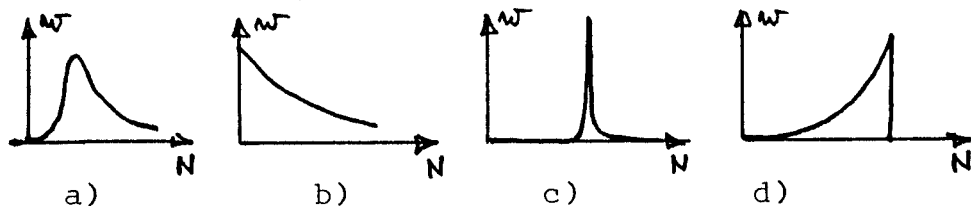
der minus gjelder for fermioner, pluss for bosoner.

c. Hva er $\langle \delta n_k^2 \rangle$ for fermioner når $T \rightarrow 0$? Hvordan kunne vi ha innsett dette resultatet uten å regne?

II. Korte spørsmål (Hvert spørsmål teller likt, tilsammen 50%).

Besvares ved avmerking i de dertil egnete felt på oppgavearket selv. Bruk blyant.

1. Et åpent delvolum (med $V=1\text{cm}^3$) av en gass ved værelsestemperatur og atmosfæretrykk befinner seg i tyngdefeltet. Sannsynligheten er $w(N)dN$ for at antall gassmolekyler N er i intervallet $(N, N+dN)$. Formen på $w(N)$ er, grovt sett (kryss av i en av rutene) :



a
b
c
d

2. Tre ikke vekselvirkende partikler danner et system. Det finnes bare 3 énpartikkeltilstander tilgjengelige for partiklene. Disse 3 tilstandene har energiene $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$. Hva er systemets midlere energi ved høye temperaturer ($k_B T \gg \epsilon_3 - \epsilon_1$), når partiklene er

a)ulike b)identiske bosoner c)identiske fermioner

a
b
c

3. Samme system som under spørsmål 2. Hva er systemets midlere energi ved lave temperaturer ($k_B T \ll \epsilon_2 - \epsilon_1$), når partiklene er

a)ulike b)identiske bosoner c)identiske fermioner

a
b
c

4. Samme system som under spørsmål 2. Hva er sannsynligheten, ved høye temperaturer ($k_B T \gg \epsilon_3 - \epsilon_1$), for å finne de 3 partiklene i hver sin tilstand, når partiklene er

a)ulike b)identiske bosoner c)identiske fermioner

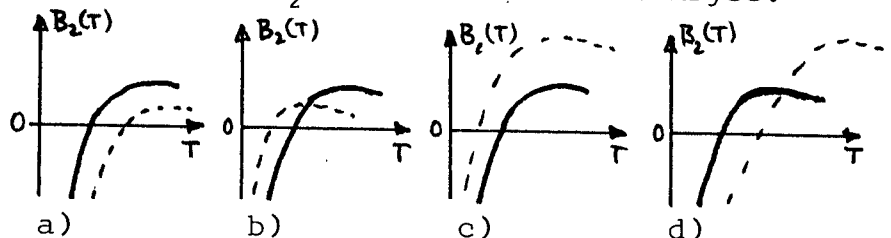
a
b
c

5. Hva er dimensjonen til 2.virialkoeffisient $B_2(T)$? Kryss av.

a) J/K b) K/m² c) m³/J d) m³ e) J/m³ f) m⁻³

a	d
b	e
c	f

6. I figurene nedenfor er 2.virialkoeffisient for neon skissert som en heltrukken kurve. For argon har $B_2(T)$ meget nær samme form som for Ne, men skalerer annerledes. Hvilken av de 4 stiplete kurvene representerer best $B_2(T)$ for A? Sett kryss.



a
b
c
d

7. En fotongass er en Bosegass med kjemisk potensial $\mu=0$. Hvilket (hvilke) av de oppførte termodynamiske potensialer er null for fongassen? Sett kryss.

U
H
F
G

8. CH_4 -molekylet har en tetraedrisk struktur
 Antall kvadratiske ledd i $H(p,q)$ pga translasjon er a
 " " " " " rotasjon " b
 " " " " " vibrasjon " c
 C_V ved værelsestemperatur er ca. $\xi \cdot R$ pr.mol

a=
b=
c=
$\xi=$

9. Spinnkorrelasjonsfunksjonen for et spinn- $\frac{1}{2}$ system ($\sigma_i = \pm 1$) er definert som

$$\Gamma_{ij} = \langle \sigma_i \sigma_j \rangle - \langle \sigma_i \rangle \langle \sigma_j \rangle$$

Et spinnsystem har Hamiltonfunksjonen

$$H = -h \sum_i \sigma_i - J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j$$

der siste summen går over alle par av nærmeste naboer.

Hvilke av følgende utsagn er sanne, når $J=0$? Sett kryss.

- a) $\Gamma_{ij}=0$ for alle T og h når $i \neq j$
 b) $\Gamma_{ij}=1$ " " " " " "
 c) $\Gamma_{ij}=0$ " " " " " " $i=j$
 d) $\Gamma_{ij}=1$ " " " " " "
 e) $\Gamma_{ij}=1$ for alle T, når $h=0$ og $i=j$.

a
b
c
d
e

10. Samme system som under spørsmål 9, men
 nå med $J > 0$.
 Hvilke av følgende utsagn er sanne? Sett kryss.

- a) $\Gamma_{ij} = 0$ for alle T og h når $i \neq j$
- b) $\Gamma_{ij} \rightarrow 0$ når $T \rightarrow \infty$ for alle h og når $i \neq j$
- c) $\Gamma_{ij} > 0$ når $h=0$ og i, j er nærmeste naboer
- d) $\Gamma_{ij} < 0$ " " " " " " "

a

b

c

d