

Eksamen i TFY 4230 Statistisk Fysikk

Faglærer: Professor Jens O. Andersen
Institutt for Fysikk, NTNU
Tlf: 73593131

Fredag 9. desember 2005
kl. 09.00-13.00

Tillette hjelpemiddel:
Godkjend lommekalkulator
Rottmann: Matematisk Formelsamling
Rottmann: Matematische Formelsammlung
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

Ein partikkel bevegast seg i ein dimensjon i eit potensial $V(x) = V_0|x|$, der V_0 er ein positiv konstant. Hamiltonfunksjonen er

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_0|x| ,$$

der m er massen til partikkelen. I det mikrokanoniske ensemblet har partikkelen energi E . Sannsynlegheitsfordelinga $P(p, x)$ er

$$P(p, x) = c \delta(E - H) ,$$

der c er ein normaliseringskonstant.

a) Bestem konstanten c og finn den normaliserte marginalfordelinga $P(p)$.

b) Finn middelveidien $\langle \frac{p^2}{2m} \rangle$.

Vi skal nå sjå på det same systemet i det kanoniske ensemblet ved temperatur T .

c) Rekn ut partisjonsfunksjonen Z .

d) Finn midlere energi E .

Oppgave 2

I denne oppgava skal vi sjå på ein kjede av tre Isingspinn med Hamilton-funksjonen

$$H = -J(s_1s_2 - s_2s_3) ,$$

der J er ein positiv konstant.

a) Skriv ned alle konfigurasjonane og dei tilhøyrande energiane.

b) Vis at partisjonsfunksjonen kan skrivast som

$$Z = 8 \cosh^2(\beta J) .$$

c) Rekn ut midlere energi E . Finn E i grensa $T \rightarrow 0$ og tolk resultatet.

d) Rekn ut korrelasjonsfunksjonen $\langle s_1s_3 \rangle$. Ta grensa $T \rightarrow 0$ og tolk resultatet.

Oppgave 3

I denne oppgava skal vi studere ein ikkje-relativistisk Fermigass ved $T = 0$ i ein romleg dimensjon. Massen til fermiona er m og lengda til systemet er L . Vi reknar utan degenerasjon.

a) Vis at tettheiten av tilstandar er

$$g(\epsilon) = \sqrt{\frac{2m}{h^2}} L \epsilon^{-1/2} .$$

- b) Finn tettheten ρ , den indre energien E og trykket P , uttrykt ved Fermienergien ϵ_F .
- c) Bruk resultata i b) til å finne tilstandslikninga.
- d) Gi ei kort forklaring på kvifor trykket til Fermigassen er større enn null for $T = 0$.

Oppgave 4

Denne oppgava består av fire ulike spørsmål som ein kan svare på uavhengig av kvarandre.

- a) Ein gass som består av N partiklar, vekselverkar via eit parpotensial ϕ som berre avheng av avstanden mellom partiklane. Skriv ned eit uttrykk for den andre virialkoeffisienten $B_2(T)$ og definer Boyletemperaturen T^* .
- b) Formuler ekvipartisjonsprinsippet i klassisk statistisk mekanikk.
- c) Kva er typisk oppførsel for varmekapasiteten til eit fast stoff for lave temperaturar? For høge temperaturar?
- d) Kva er kriteriet for ikkje-degenerasjon og klassiske forhold for ein kvantegass?

Oppgitt for heile settet:

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) ,$$

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n_x^2 ,$$

$$PV = k_B T \sum_i \ln \left[1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)} \right] .$$