

Kontinuasjoneksamen i TFY 4230

Statistisk Fysikk

Faglærer: Professor Jens O. Andersen
Institutt for Fysikk, NTNU
Tlf: 73593131

Fredag 11. August 2006
kl. 09.00-13.00

Tillette hjelpemiddel:
Godkjend lommekalkulator
Rottmann: Matematisk Formelsamling
Rottmann: Matematische Formelsammlung
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

Ein partikkel bevegar seg i ein dimensjon i eit potensial $V(x) = V_0|x|$, der V_0 er ein positiv konstant. Hamiltonfunksjonen er

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_0|x| ,$$

der m er massen til partikkelen. I det mikrokanoniske ensemblet har partikkelen energi E . Sannsynlegheitsfordelinga $P(p, x)$ er

$$P(p, x) = c \delta(E - H) ,$$

der c er ein normaliseringskonstant.

a) Bestem konstanten c og finn den normaliserte marginalfordelinga $P(x)$.

b) Finn middelveien $\langle V_0|x| \rangle$ (hint: bruk delvis integrasjon).

Vi skal nå sjå på det same systemet i det kanoniske ensemblet ved temperatur T .

c) Rekn ut partisjonsfunksjonen Z .

d) Finn fluktuasjonane i energien, det vil seie $\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2$.

Oppgave 2

I denne oppgava skal vi sjå på ein kjede av tre Isingspinn med Hamilton-funksjonen

$$H = J(s_1 s_2 + s_2 s_3) ,$$

der J er ein positiv konstant.

a) Skriv ned alle konfigurasjonane og dei tilhøyrande energiane.

b) Vis at partisjonsfunksjonen kan skrivast som

$$Z = 8 \cosh^2(\beta J) .$$

c) Rekn ut midlere energi E . Finn E i grensa $T \rightarrow \infty$ og tolk resultatet.

d) Rekn ut korrelasjonsfunksjonen $\langle s_1 s_2 \rangle$. Ta grensa $T \rightarrow \infty$ og tolk resultatet.

Oppgave 3

I denne oppgava skal vi studere ein ikkje-relativistisk Fermigass ved $T = 0$ i to romlege dimensjonar. Massen til fermiona er m og arealet til systemet er $V = L^2$. Vi reknar utan degenerasjon.

a) Vis at tettheten av tilstandar er

$$g(\epsilon) = \frac{2m\pi}{h^2} V .$$

- b) Finn tettheten ρ , den indre energien E og trykket P , uttrykt ved Fermienergien ϵ_F .
- c) Bruk resultata i b) til å finne tilstandslikninga.
- d) Gi ei kort forklaring på kvifor trykket til Fermigassen er større enn null for $T = 0$.

Oppgave 4

Denne oppgava består av fire ulike spørsmål som ein kan svare på uavhengig av kvarandre.

- a) Gi ei kort forklaring på fenomenet Bose-Einstein kondensasjon.
- b) Gjer kort greie for virialutviklinga for klassiske reelle gassar.
- c) Bruk ekvipartisjonsprinsippet til å forutseie varmekapasiteten til ein isotrop todimensjonal harmonisk oscillator.
- d) Det storkanoniske ensemblet er karakterisert ved tre parametre. Desse er?

Oppgitt for heile settet:

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) .$$

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2) .$$

$$PV = k_B T \sum_i \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}]$$