Universitetet i Trondheim
Norges Tekniske Høgskole
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Johannes Bremer
Telefon: 3582, 3586

Eksamen i fag 71516 og 74316 Elektromagnetisk teori

Torsdag 25.05.89

Tid: 0900 - 1300

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator.
Rottmann: "Mathematische Formelsammlung".

Oppgave 1

a) Vis at det elektrostatiske potensialet i et punkt $\vec{r}$ fra en vilkårlig ladningsfordeling $\rho(\vec{r})$ kan tilnærmes av et monopol- og et dipolmoment.

b) Utled den almengyldige relasjonen $\nabla \cdot \vec{D} = \rho(\vec{r})$.

c) En uladet dielektrisk kule med radius R og permittivitet ϵ befinner seg i vakuum. Hvilke generelle grensebetingelser gjelder for potensialet på kuleoverflaten?

d) Kula under pkt. c) plasseres i det ytre potensialet

$$\Phi_0 = -E_0 r\cos\theta.$$

Regn ut potensialet innenfor og utenfor kuleoverflaten. Gi en kort beskrivelse av feltet.

Det opplyses at Laplace-likningen for en sfærisk symmetrisk geometri har generell løsning

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (a_{nm} r^n + b_{nm} r^{-1-n}) P_n^m(\cos\theta) e^{\pm im\phi}$$

Legendre-polynomene $P_n(\cos\theta)$ er gitt ved $P_0 = 1$, $P_1 = \cos\theta$, ...

e) Et dielektrisk medium har en uniform elektrostatisk dipoltetthet $\vec{P}$. Vis at følgende relasjon gjelder for et vilkårlig punkt $\vec{r}$:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{P_\perp}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \, dS'$$

Her står $P_\perp$ for normalkomponenten av polarisasjonen på en flate S som omslutter punktet.

Oppgitt: $\nabla\cdot(\vec{a}f) = f\nabla\cdot\vec{a} + \vec{a}\nabla f$

f) Fig. 1 viser et utsnitt av et magnetiserbart medium med en liten kuleformet og lufttom kavitet. I fig. 2 er det vist en magnetiserbar kule i vakuum.

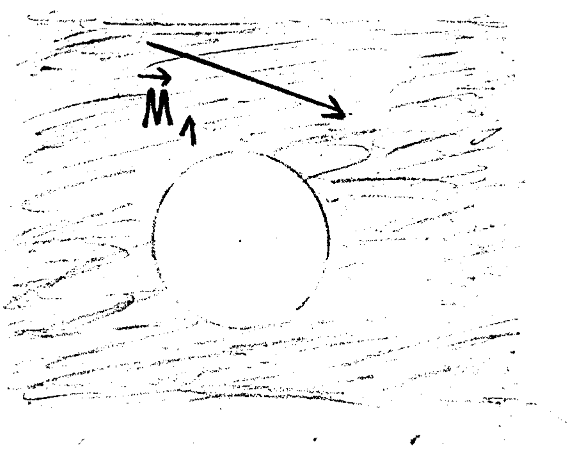

Fig. 1

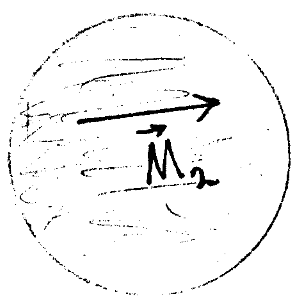

Fig. 2

Det er ingen frie strømmer i materialene som imidlertid har uniforme magnetiseringer $\vec{M}_1$ og $\vec{M}_2$. Hva er forutsetningen forat vi skal få lik magnetisk felt-intensitet $\vec{H}$ innenfor de to kuleflatene? Begrunn svaret kort.

Oppgave 2

a) Vis at kravet om ladningsbevarelse er tatt vare på i Maxwells likninger.

b) En elektrisk leder med tverrsnitt-areal A har en homogen fordeling av positivt ladete partikler som er ubevegelige i hvilerammen til lederen. I tillegg går det en jevn strøm av negative partikler i en og samme retning med hastigheten $\vec{u}$. Ladningene har verdien $\pm e$ og konsentrasjonene er gitt ved henholdsvis n_+ og n_-. (Dette kan følgelig tjene som en enkel modell for en metallisk leder.) En observatør beveger seg i jevn og rettlinjet hastighet $\vec{v}$ parallellt med lederen. Hastigheten $\vec{v}$ oppfyller ikke nødvendigvis kravet $|\vec{v}| \ll c$. Hvilken ledningsstrøm registrerer han?

c) En ladet partikkel befinner seg i nærheten av lederen beskrevet under b). Hvilke generelle betingelser må være oppfylt for at elektriske og magnetiske krefter – som kan innvirke på partikkelbevegelsen – skal forsvinne i observatørens hvileramme?

d) Forklar kort hvordan en kontraksjonsoperasjon kan utføres på en blandet tensor. Vis at normen til en 4-vektor er invariant, og forklar hvorfor resultatet under c) blir gyldig for alle observatørhastigheter.