

Universitetet i Trondheim
Norges Tekniske Høgskole
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Johannes Bremer
Telefon: 3582, 3586

Eksamen i fag 71516 og 74316 Elektromagnetisk teori

Tirsdag 22. mai 1990

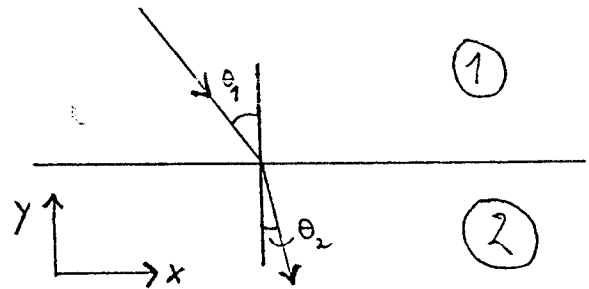
Tid: kl 0900 - 1300

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator.

Rottmann: "Mathematische Formelsammlung"

Oppgave 1

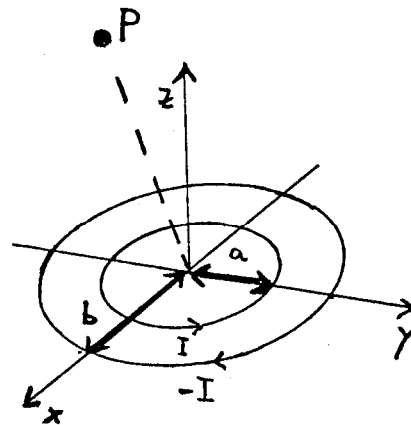
To dielektriske media 1 og 2 med permittiviteter ϵ_1 og ϵ_2 holdes adskilt av en plan grenseflate. En plan bølge i medium 1 danner vinkelen θ_1 med grenseflate-normalen. Polarisasjonsplanet ligger i x, y -planet. I denne oppgaven skal den relative permeabiliteten μ_r oppfylle betingelsen $\mu_r = 1$.



- Ta utgangspunkt i Maxwells likninger og utled bølgelikningen for det elektriske feltet $\vec{E}(\vec{r}, t)$ i medium 1.
- Bølgeimpedansen Z defineres som forholdet mellom elektrisk felt og magnetisk feltstyrke. Uttrykk Z i medium 1 ved hjelp av ϵ_1 .
- Finn ved hjelp av grenseflatebetingelsene for $\vec{E}$ og $\vec{H}$ et uttrykk for den vinklen $\theta_1 = \theta_B$ (Brewstervinkelen) som medfører totalrefraksjon.
- Lag en enkel skisse av strålingsmønsteret for en oscillerende punktdipol. Bruk skissen til å forklare hvorfor θ_B og θ_2 oppfyller kravet $\theta_1 + \theta_B = \pi/2$.

Oppgave 2

Figuren viser to sirkulære og konsentriske ledere i x,y-planet. Radiene er henholdsvis a og b for de to strømsløyfene. Det går stasjonære og motsatt rettede strømmer I og -I.



- a) Biot-Savarts lov for magnetisk flukstetthet lyder

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv'$$

Ta utgangspunkt i dette uttrykket og finn sammenhengen mellom vektorpotensial $\vec{A}(\vec{r})$ og strømtetthet $\vec{J}(\vec{r})$. Forklar kort hvorfor den utledete formelen forbyr eksistensen av magnetiske monopoler.

- b) Beregn vektorpotensialet for den gitte sløyfekonfigurasjonen. (Tips: La $\vec{J}dv' + Id\vec{\ell}'$. Anta at feltpunktet P ligger nær z-aksen.)

Strømmene i de to sløyfene slås av. Den innerste lederen tilføres i stedet en netto ladning L, mens den ytterste lades opp til -L.

- c) En konstant ladningsfordeling $\rho(\vec{r})$ gir opphav til det elektrostatiske potensialet

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

Vis at det elektriske kvadrupolmomentet er gitt ved kvadrupol-tensoren

$$Q_{ij} = \int \rho(\vec{r}') (3x'_i x'_j - \delta_{ij} r'^2) dv'$$

- d) Regn ut kvadrupolmomentet for de to ladningsringene.