

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Kåre Olaussen
Telefon: 3652

Eksamen i fag 74316 Elektrisitet og magnetisme 2

Mandag 13. januar 1992

Tid: 09.00–1300

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.
Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*.
Barnett and Cronin, *Mathematical Formulae*.
Øgrim, *Størrelser og enheter i fysikken*.

Oppgave 1:

a) Bruk Gauss' lov

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon} \rho(\vec{r}),$$

til å bestemme det elektriske feltet fra to motsatte flateladninger, fordelt homogent over to uendelige parallelle plan i avstand d , dvs.

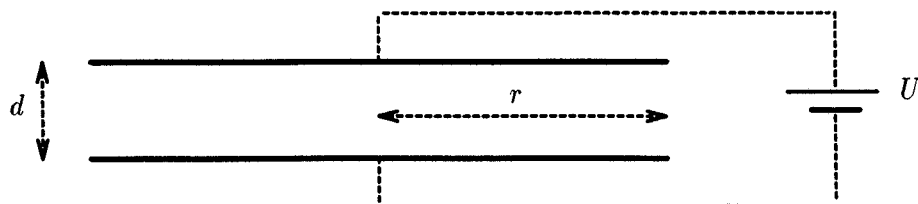
$$\rho(\vec{r}) = \sigma \left[\delta\left(z + \frac{1}{2}d\right) - \delta\left(z - \frac{1}{2}d\right) \right].$$

Pålegg grensebetingelsene

$$\vec{E}(\vec{r}) = 0 \text{ for } z = \pm\infty.$$

b) Hva blir potensialforskjellen U mellom planene?

c) Se så på en platekondensator sammensatt av to like sirkulære metallskiver med radius r , plassert planparallelt og symmetrisk i avstand $d \ll r$ fra hverandre i vakuum. Kondensatoren er tilkoblet en likespenningskilde med elektromotorisk spenning U :



Bruk resultatene fra foregående punkt til å finne (tilnærmede uttrykk for) det elektriske feltet mellom kondensatorplatene, og ladningstettheten på overflaten av hver kondensatorplate.

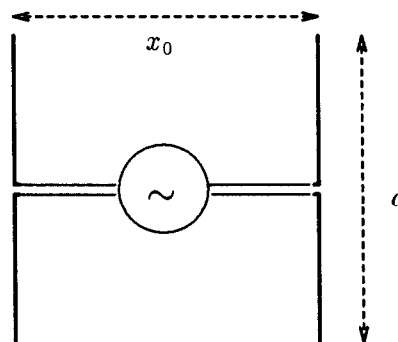
- d) Bestem (tilnærmede uttrykk for) den totale ladningen Q på hver kondensatorplate, og kondensatorens kapasitans C .
- e) Beregn den elektrostatiske feltenergien som er lagret i det elektriske feltet mellom platene. Uttrykk denne energien ved spenningen U og kondensatorparametrene. Uttrykk den også ved ladningen Q og kondensatorparametrene.
- f) Med spenningskilden tilkoblet kondensatoren fører vi en dielektrisk skive, av tykkelse d og permittivitet $\varepsilon \geq \varepsilon_0$, inn mellom kondensatorplatene. Det vil virke en kraft på denne skiven. Vil denne kraften forsøke å trekke skiven inn mellom kondensatorplatene, eller å skyve den ut?
- g) Vi frakobler så kondensatoren fra spenningskilden i oppladet tilstand, og gjentar forsøket fra forgående punkt. Det vil også nå virke en kraft på skiven. Vil denne kraften forsøke å trekke skiven inn mellom kondensatorplatene, eller å skyve den ut?
- h) Vi fjerner den dielektriske skiven, kobler kondensatoren til spenningskilden igjen, og fører et elektron inn mellom kondensatorplatene. Når elektronet kommer tilstrekkelig nær den negativt ladede kondensatorplaten blir kraften på elektronet rettet *mot* denne platen. Hvorfor?
- i) Sett $U = 100$ V og $d = 0.001$ m, og bestem avstanden fra den negativt ladede platen der kraften på elektronet forsvinner.

Oppgitt:

$$e = -1.60 \dots \times 10^{-19} \text{ C}, \quad \varepsilon_0 = 8.85 \dots \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}.$$

Oppgave 2:

I denne oppgaven skal vi se på utstråling fra et par av vertikale dipolantenner, plassert i samme høyde med horisontal avstand x_0 , og der man kan justere den relative fasen mellom strømmene i hver dipol.



Strømtettheten antas (i kompleks representasjon) å være gitt som

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r}) e^{-it\omega_0} = I_0 \hat{e}_z \sin[k_0(\tfrac{1}{2}d - |z|)] \theta(\tfrac{1}{2}d - |z|) \delta(y) \times \\ \times \left[\delta(x - \tfrac{1}{2}x_0) e^{-i\psi} + \delta(x + \tfrac{1}{2}x_0) e^{i\psi} \right] e^{-it\omega_0},$$

der $k_0 = \omega_0/c$.

a) Beregn den Fourier-transformerte

$$\tilde{j}(\vec{k}) \equiv \int d^3r e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \tilde{j}(\vec{r})$$

for $\vec{k} = k_0 \hat{n}$, med $\hat{n} = \sin \vartheta \cos \varphi \hat{e}_x + \sin \vartheta \sin \varphi \hat{e}_y + \cos \vartheta \hat{e}_z$.

Oppgitt:

$$\int_{-d/2}^{d/2} dz \sin[k_0(\frac{1}{2}d - |z|)] e^{-ik_0 z \cos \vartheta} = \frac{2}{k_0 \sin^2 \vartheta} [\cos(\frac{1}{2}k_0 d \cos \vartheta) - \cos(\frac{1}{2}k_0 d)].$$

- b) Hvordan avhenger utstrålt effekt $\mathcal{U}(\hat{n})$ i retning $\hat{n}$ av $\tilde{j}(\vec{k})$? (Du trenger ikke å oppgi den fullstendige formelen.)
- c) Vi ønsker, for en gitt strømstyrke I_0 , å maksimere utstrålingen i horisontalplanet, $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. Hvordan bør man da velge høyden d på antennene?
- d) Se nå på utstrålingen i horisontalplanet. Finn verdier for ψ og x_0 som (for gitt I_0 og d) gir maksimum utstråling i $\hat{e}_x$ -retningen og samtidig minimum utstråling i $\pm \hat{e}_y$ -retningene.
- e) Finn verdier for ψ og x_0 som gir maksimum utstråling i $\pm \hat{e}_y$ -retningene og samtidig minimum utstråling i $\pm \hat{e}_x$ -retningene.

Oppgave 3:

Forklar kort (gjørne i stikkords form) og kvalitativt hva du forbinder med følgende begreper:

- a) Justerinvariants.
- b) Brewsters vinkel.
- c) Kramers-Kronig relasjonene.
- d) Anomal dispersjon.
- e) Abraham-Lorentz' ligning.