

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Kåre Olaussen

Telefon: 3652

Eksamen i fag 74316 Elektrisitet og magnetisme 2

Tirsdag 12. januar 1993

Tid: 09.00–1300

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.

Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*.

Barnett and Cronin, *Mathematical Formulae*.

Øgrim og Lian, *Størrelser og enheter i fysikk og teknikk*.

En ukevis oppsummering av forelesningene i dette faget følger som et vedlegg til eksamenssettet. Merk at innholdet i denne oppsummeringen er valgt ut uavhengig av eksamensoppgavene.

Oppgave 1:

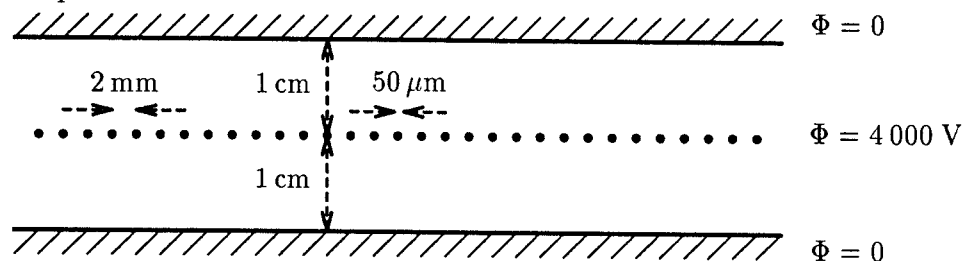
Forklar kort (gjærne i stikkords form) og kvalitativt hva du forbinder med følgende begreper

- a) Maxwell's forskyvningsstrøm
- b) Justér invariants
- c) Elektrisk kvadrupol-moment
- d) Konform avbildning
- e) Normalpolarisert og parallellpolarisert lys
- f) Stokes parametrene
- g) Oscillatorstyrker
- h) Maxwell's spenningstensor
- i) Naturlig linjebredde
- j) Rayleigh spredning
- k) Synkrotronstråling

Oppgave 2:

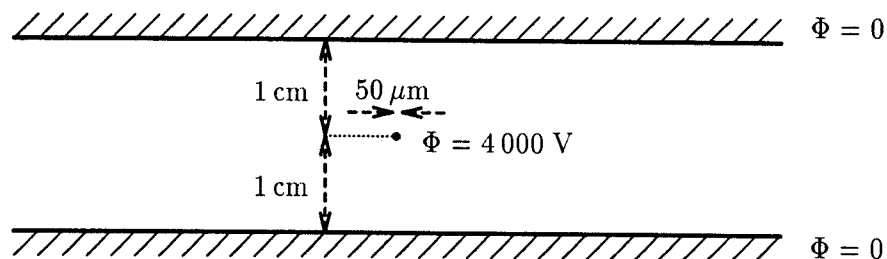
Nobelprisen i fysikk for 1992 ble gitt til Georges Charpak for utviklingen av det såkalte flertråds proporsjonalitetskammer (som er instrument for deteksjon av elementærpartikler). I denne oppgaven skal du se på noen elektrostatiske aspekter ved dette instrumentet og geometriske forenklinger av dette.

I prinsipp (se figur 1) kan et flertråds proporsjonalitetskammer tenkes å bestå av to parallelle katodeplan i avstand 2 cm fra hverandre. Midt mellom disse planene er det opphengt en rekke tynne (diameter $50 \mu\text{m}$) anodetråder, parallelle med hverandre og katodeplanene, i innbyrdes avstand 2 mm. Katodeplanene er jordet, $\Phi = 0$, mens anodetrådene blir holdt på et potensiale $\Phi = 4000\text{V}$. Utstrekningen av katodeplanene (og lengden av anodetrådene) er så stor at den kan regnes som uendelig. Instrumentet er fylt med en gass som her antas å ha de samme dielektriske egenskapene som vakuum.



Figur 1

- Se først på en enkelt anodetråd (uten andre tråder eller jordplan tilstede) med ladningstetthet $\sigma \text{ C/m}$. Hva blir det elektriske feltet og det elektrostatiske potensialet rundt tråden i denne geometrien?
- Se så på en geometri som består av en tynn anodetråd over ett enkelt jordplan (se figur 2).

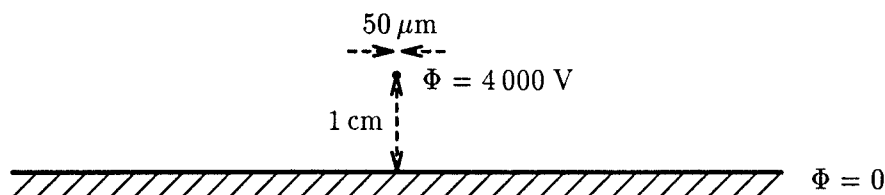


Figur 2

Tilnærm anodetråden med en linjeladning, og bruk speilladnings-metoden til å finne potensialet i denne geometrien. Gi en kvalitativ skisse av de elektriske feltlinjene.

- Med geometri som i figur 2, bestem (tilnærmet) ladningstettheten σ på anodetråden.

- d) Se så på en geometri som består av en enkelt tynn anodetråd midt mellom to jordplan (se figur 3).



Figur 3

Hvordan ville du plassere speilladninger for å løse dette problemet med speilladningsmetoden? Gi en kvalitativ skisse av de elektriske feltlinjene i denne geometrien.

- e) Se tilslutt på den egentlige geometrien i figur 1. Gi en kvalitativ skisse av de elektriske feltlinjene i denne geometrien. Anslå ladningstettheten σ på hver anodetråd i denne geometrien.

Oppgave 3:

Et elektron beveger seg med konstant hastighet v i en sirkulær bane med radius R , slik at dets posisjon ved tiden t er

$$\vec{r}_e(t) = R \left(\cos \frac{vt}{R} \hat{e}_x + \sin \frac{vt}{R} \hat{e}_y \right).$$

- a) Skriv ned $\rho(\vec{x}, t)$ og $\vec{j}(\vec{x}, t)$ for denne situasjonen, og verifiser at vi har ladningskonservering:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{x}, t) + \nabla \cdot \vec{j}(\vec{x}, t) = 0.$$

- b) La

$$\begin{aligned} \rho(\vec{k}, t) &\equiv \int d^3x e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \rho(\vec{x}, t), \\ \vec{j}(\vec{k}, t) &\equiv \int d^3x e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \vec{j}(\vec{x}, t), \end{aligned}$$

og beregn disse størrelsene.

- c) Pga. den sirkulære akselerasjonen vil elektronet sende ut elektromagnetisk stråling med konstant effekt, ved (vinkel-) frekvensene ω_i , $i = 1, 2, \dots$. Hva blir disse frekvensene? Under hvilken betingelse kan denne strålingen beregnes til god nøyaktighet i dipolap-proksimasjonen?

- d) For å finne utstrålt effekt i retningen

$$\hat{n} = \sin \vartheta (\cos \varphi \hat{e}_x + \sin \varphi \hat{e}_y) + \cos \vartheta \hat{e}_z,$$

må en beregne

$$\vec{j}(\vec{k}, \omega) \equiv \int dt e^{i\omega t} \vec{j}(\vec{k}, t),$$

der $\vec{k} = (\omega/c)\hat{n}$, og

$$j_{\perp}^i(\vec{k}, \omega) \equiv (\delta^{i\ell} - n^i n^{\ell}) j^{\ell}(\vec{k}, \omega).$$

Gjør dette under antagelse om at dipolapproksimasjonen er gyldig.

- e) Beregn den utstrålte effekten (integrert over alle strålingsvinkler) fra elektronet i dipolapproksimasjonen over.
- f) Strålingen fører til en friksjonskraft på elektronet—strålingsreaksjonen—som kan finnes ved å se på energibalansen. (Dvs. slik at den utstrålte energien pr. tidsenhet blir kompensert av en like stor reduksjon i elektronets kinetiske energi). Bestem denne kraften i dipolapproksimasjonen.