

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Kåre Olaussen
Telefon: 3652

Kontinuasjonseksamen i
Fag 74316 Elektrisitet og magnetisme 2
Onsdag 18. august 1993
Tid: 09.00–1300

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.
Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*.
Barnett and Cronin, *Mathematical Formulae*.
Øgrim og Lian, *Størrelser og enheter i fysikk og teknikk*.

En ukevis oppsummering av forelesningene i dette faget følger som et vedlegg til eksamenssettet. Merk at innholdet i denne oppsummeringen er valgt ut uavhengig av eksamensoppgavene.

Oppgave 1:

Forklar kort (gjerne i stikkords form) og kvalitativt hva du forbinder med følgende begreper

- a) Coulombs, Faradays og Amperes lover
- b) Coulomb og Lorentz justering
- c) Elektrisk dipolmoment og polariserbarhet
- d) Polart og aksialt vektorfelt
- e) Einsteins summekonvensjon
- f) Speilingsmetoden
- g) Variasjonsmetoden for elektrostatiske potensialer
- h) Snell's brytningslov
- i) Brewsters vinkel
- j) Fresnels rombe
- k) Anomal dispersjon og resonant absorpsjon
- l) Maxwell's spenningstensor
- m) Naturlig linjebredde
- n) Thomson spredning
- o) Synkrotronstråling

Oppgave 2:

Det elektriske dipolmomentet $\vec{d}$ til et (nøytralt) atom eller molekyl er definert som

$$\vec{d} = \sum_i q_i \vec{r}_i, \quad (1)$$

der summen går over alle ladninger (dvs. elektroner og kjerner) q_i med posisjoner $\vec{r}_i$.
Polariserbare atomer og molekyler har et dipolmoment som er proporsjonalt med det elektriske feltet det befinner seg i,

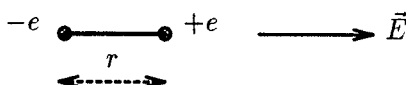
$$\vec{d} = \alpha \vec{E}, \quad (2)$$

der α kalles for polariserbarheten.

- Hva er den elektriske kraften på en ladning q som er i et konstant elektrisk felt $\vec{E}$?
- Hvordan avhenger den potensielle energien til denne ladningen av dens posisjon $\vec{r}$?
- Som en enkel modell for hydrogenatomet betrakter vi det som to klassiske punktladninger $\pm e$, bundet sammen av et harmonisk potensial

$$V = \frac{1}{2} K (\vec{r}_+ - \vec{r}_-)^2, \quad (3)$$

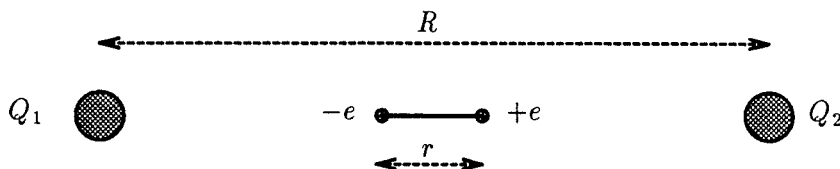
der $\vec{r}_+$ og $\vec{r}_-$ er posisjonene til henholdsvis protonet og elektronet.



Dette potensialet er ment å modellere både Coulomb-tiltrekningen mellom ladningene og kvantemekaniske effekter.

Hva blir avstanden mellom ladningene når dette atomet blir lagt i et elektrisk felt $\vec{E}$?

- Hva blir dipolmomentet $\vec{d}$, og polariserbarheten α ?
- Se så på to punktladninger Q_1 og Q_2 som befinner seg i avstand R fra hverandre. Hvor stor er kraften på hver ladning dersom de befinner seg i vakuum?
- Et polariserbart atom, som diskutert tidligere, blir plassert midt mellom ladningene:



Hva blir kreftene på ladningene Q_1 og Q_2 nå?

Oppgave 3:

Et elektron beveger seg med konstant hastighet v i en sirkulær bane med radius R , slik at dets posisjon ved tiden t er

$$\vec{r}_e(t) = R \left(\cos \frac{vt}{R} \hat{e}_x + \sin \frac{vt}{R} \hat{e}_y \right).$$

- a) Skriv ned $\rho(\vec{x}, t)$ og $\vec{j}(\vec{x}, t)$ for denne situasjonen, og verifiser at vi har ladningskonservering:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{x}, t) + \nabla \cdot \vec{j}(\vec{x}, t) = 0.$$

- b) La

$$\rho(\vec{k}, t) \equiv \int d^3x e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \rho(\vec{x}, t),$$

$$\vec{j}(\vec{k}, t) \equiv \int d^3x e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \vec{j}(\vec{x}, t),$$

og beregn disse størrelsene.

- c) Pga. den sirkulære akselerasjonen vil elektronet sende ut elektromagnetisk stråling med konstant effekt, ved (vinkel-) frekvensene ω_i , $i = 1, 2, \dots$. Hva blir disse frekvensene? Under hvilken betingelse kan denne strålingen beregnes til god nøyaktighet i dipolapproksimasjonen?
- d) For å finne utstrålt effekt i retningen

$$\hat{n} = \sin \vartheta (\cos \varphi \hat{e}_x + \sin \varphi \hat{e}_y) + \cos \vartheta \hat{e}_z,$$

må en beregne

$$\vec{j}(\vec{k}, \omega) \equiv \int dt e^{i\omega t} \vec{j}(\vec{k}, t),$$

der $\vec{k} = (\omega/c)\hat{n}$, og

$$j_{\perp}^i(\vec{k}, \omega) \equiv (\delta^{i\ell} - n^i n^{\ell}) j^{\ell}(\vec{k}, \omega).$$

Gjør dette under antagelse om at dipolapproksimasjonen er gyldig.

- e) Beregn den utstrålte effekten (integrert over alle strålingsvinkler) fra elektronet i dipolapproksimasjonen over.
- f) Strålingen fører til en friksjonskraft på elektronet—strålingsreaksjonen—som kan finnes ved å se på energibalansen. (Dvs. slik at den utstrålte energien pr. tidsenhet blir kompensert av en like stor reduksjon i elektronets kinetiske energi). Bestem denne kraften i dipolapproksimasjonen.