

TFY4125 Fysikk Løsningsforslag til eksamen 21. mai 2024

1C) $1 \text{ kWh} = 1000 \cdot 3600 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$ slik at prisen var $5.93/3.6 \text{ kr/MJ} = 1.647 \text{ kr/MJ}$. For 100 kr fikk du dermed $100/1.647 \text{ MJ} = 60.7 \text{ MJ}$.

2E) Middelverdi: $\bar{m} = (142.3 + 140.1 + 139.9 + 141.2 + 141.9)/5 \text{ g} = 141.08 \text{ g}$. Standardavvik: $\delta_m = \sqrt{\sum_i (m_i - \bar{m})^2 / (N - 1)} = 1.1 \text{ g}$.

3B) $y(t) = v_0 t \sin \theta - gt^2/2$ og $x(t) = v_0 t \cos \theta$. Med $\theta = 30^\circ$ og $y = 0$ blir tidspunktet for landing $t = v_0/g$ og $x = (v_0^2/g) \cos \theta = 8.5 \text{ m}$.

4A) $d\omega/dt = \omega_0^2 \exp(-\omega_0 t)$ som ved $t = 0$ har verdien $\omega_0^2 = 0.25 \text{ rad/s}^2$.

5D) $0.30 = 0.50 \cdot (1 - \exp(-t/2))$ gir $t = 2 \ln(5/2) \text{ s} = 1.8 \text{ s}$.

6D) Total rotert vinkel etter en tid t er

$$\phi(t) = \int_0^t \omega(t) dt = \omega_0 t + \exp(-\omega_0 t) - 1.$$

Heltallsverdien av $\phi(t)/2\pi$ gir oss antall hele runder rotert etter en tid t , og setter vi inn $t = 480 \text{ s}$, finner vi $\phi/2\pi = 38.04$, dvs 38 hele runder.

7F) $\tan \beta = dy/dx = -ky_0(\sin kx + \cos kx)$, som i startposisjonen $x = 0$ er $-ky_0 = -\pi/5$. Dermed er $|\beta| = \arctan(\pi/5) = 32^\circ$.

8F) Energibevarelse gir $mg(y_0 - y) = 7mv^2/10$, dvs $v = \sqrt{10g(y_0 - y)/7}$. Innsetting av oppgitt verdi $x = 3/8 \text{ m}$ gir $y = -0.1414 \text{ m}$ i banens laveste punkt, med tilhørende fart 184 cm/s .

9C) Kula snur når den har oppnådd starthøyden y_0 . Dette må være like langt til høyre for bunnpunktet i $x = 3/8 \text{ m}$ som startposisjonen er til venstre for bunnpunktet. Følgelig snur kula i $x = 3/4 \text{ m}$.

10D) På 1 time har jorda rotert en vinkel $2\pi/24 \text{ rad}$, den ene veien. Dermed må satellitten rotere en vinkel $2\pi \cdot 23/24 \text{ rad}$ den andre veien på samme tid, for å være rett over stedet ved ekvator den hadde under seg for en time siden. Det er gravitasjonskraften GMm/r^2 som gir satellitten den nødvendige sentripetalakselerasjonen $v^2/r = \omega^2 r$. N2 gir da $GM = \omega^2 r^3$, dvs $r = (GM/\omega^2)^{1/3}$. Satellittens vinkelfart er $\omega = (2\pi \cdot 23/24)/3600 \text{ rad/s}$, som med oppgitte tallverdier for G (i formelarket) og M (i oppgaven) gir $r = 5221 \text{ km}$.

Oppgaven gikk dermed ut og gav poeng til alle, ettersom r er mindre enn jordradien.

11A) Tyngdens komponent $mg \sin \beta$ langs skråplanet og friksjonskraften $\mu N = \mu mg \cos \beta$ er begge rettet nedover. Dette er da lineær bevegelse med konstant akselerasjon (i absoluttverdi) $a = g(\sin \beta + \mu \cos \beta)$. Tallverdiene $\beta = 17^\circ$ og $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ gir $a = 4.9 \text{ m/s}^2$. (Som ventet hadde massen og startfarten ingen betydning.)

12B) N1 gir $\alpha v_t^2 = mg$, dvs $K = mv_t^2/2 = m^2 g/2\alpha$. Kulene har samme volum, slik at K er proporsjonal med ρ^2 . Dermed: $K(\text{Fe})/K(\text{Al}) = (7.86/2.70)^2 = 8.5$.

13D) $X_{\text{CM}} = Y_{\text{CM}} = (\sum_i m_i x_i) / \sum_i m_i = 22a/21$ slik at $R_{\text{CM}} = \sqrt{X_{\text{CM}}^2 + Y_{\text{CM}}^2} = \sqrt{2} \cdot 22a/21 = 1.48a$.

14D) $I_z = \sum_i m_i r_i^2$. Massenenes avstand til z -aksen er $3\sqrt{2}a$ for m og $6m$, $2\sqrt{2}a$ for $2m$ og $5m$, og $\sqrt{2}a$ for $3m$ og $4m$. Dermed: $I_z = 7m \cdot (18a^2 + 8a^2 + 2a^2) = 196ma^2$.

15A) For hele kula: $I_0^{\text{hel}} = 4MR^2/5$. Dermed, for halve kula mhp samme akse, dvs gjennom sentrum av den plane flaten og parallelt med denne: $I_0^{\text{halv}} = I_0^{\text{hel}}/2 = 2MR^2/5$. Og endelig, med Steiners sats: $I_0^{\text{halv}} = I^{\text{halv}} - M(3R/8)^2 = 83MR^2/320 = 0.26MR^2$.

16B) Her er startmassen $m = 3.04 \cdot 10^6$ kg og $|u| = 2580$ m/s slik at med oppgitt "N2" for raketten: $|dm/dt| = (mdv/dt + mg)/|u| = 1.20mg/|u| = 1.39 \cdot 10^4$ kg/s. (Her er absoluttverditegn satt på både dm/dt og u siden begge strengt tatt opptrer som negative størrelser når raketts bevegelsesligning utledes med utgangspunkt i impulsbevarelse.)

17F) N2 gir $MV = F\tau$, dvs $V = F\tau/M$. N2 for rotasjon om CM gir $F(R/3)\tau = I_0\omega$, der $I_0 = MR^2/2$. Dvs $\omega = 2F\tau/3MR$, dvs $\omega R = 2F\tau/3M$. Maksimal hastighet på periferien: $v_{\text{max}} = V + \omega R = 5F\tau/3M$. Minimal hastighet på periferien: $v_{\text{min}} = V - \omega R = F\tau/3M$. Dvs, $v_{\text{max}}/v_{\text{min}} = 5$.

18E) Total mekanisk energi er bevart. Da er $mv_0^2/2 + kx_0^2/2 = kx_{\text{max}}^2/2$, dvs $x_{\text{max}} = \sqrt{x_0^2 + mv_0^2/k}$.

19F) Tiden t er gitt ved $\exp(-\gamma t) = 1/10$, med $\gamma = b/2m$. Dermed: $t = (2m/b) \ln 10 = 4.6m/b$.

20B) Avstanden fra CM til aksene A er $d = \sqrt{2}L/4$. Da er, med Steiners sats, $I_A = ML^2/6 + ML^2/8 = 7ML^2/24$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{I_A/Mgd} = 2\pi\sqrt{7L/6\sqrt{2}g}$ som med $L = 0.50$ m er $T = 1.3$ s.

21A) Med $Q = 1.0$ nC og $d = 1.0$ mm: $E = (Q/4\pi\epsilon_0 d^2)(1/4 - 1/9) = 5Q/144\pi\epsilon_0 d^2 = 1.25$ MV/m.

22F) N2 gir $a = F/m = 2Q^2/4\pi\epsilon_0(d/2)^2m = 8Q^2/4\pi\epsilon_0 d^2m = 72$ m/s².

23E) Med $\lambda = Q/L$: $E(2L) = (\lambda/4\pi\epsilon_0) \int_0^L dx/(2L-x)^2$. Integralet er $1/(2L-L) - 1/(2L-0) = 1/2L$ slik at $E(2L) = Q/8\pi\epsilon_0 L^2 = 4.5$ MV/m.

24B) $p = \sum_i q_i x_i = 0 + Qa - 2Qa + 3Qa = 2Qa$.

25C) $V(4a) = (Q/4\pi\epsilon_0 a) \cdot (1 - 1/2 + 1/3 - 1/4) = 7Q/48\pi\epsilon_0 a$.

26A) Vi summerer opp U_{ij} for de 6 unike ladningsparene: $U = (Q^2/4\pi\epsilon_0 a) \cdot (-1 + 1/2 - 1/3 - 1 + 1/2 - 1) = -7Q^2/12\pi\epsilon_0 a$.

27E) Elektrisk felt er i de tre områdene mellom $x = 0$ og $x = 3d$ (der negativt fortegn betyr at feltet peker i negativ x -retning, og $E_0 = \sigma/\epsilon_0$): $-E_0$ for $0 < x < d$, E_0 for $d < x < 2d$, $-E_0$ for $2d < x < 3d$. Dermed øker potensialet lineært fra $V = 0$ til $V = E_0 d$ fra $x = 0$ til $x = d$, for deretter å avta lineært til $V = E_0 d/2 = \sigma d/2\epsilon_0$ i $x = 3d/2$.

28C) Med oppgitte regler (formelarket) for parallell- og seriekobling av kapasitanser: $C = (1/(5.0 + 5.0) + 1/30)^{-1} \mu\text{F} = 7.5 \mu\text{F}$.

29B) Den dielektriske kula polariseres i feltet fra det positivt ladde ionet i sentrum. Det induerte feltet er motsatt rettet feltet fra ionet, slik at det totale elektriske feltet blir en faktor $1/\epsilon_r$ svakere enn om dielektrikumet ikke var til stede: $E = Q/4\pi\epsilon_r\epsilon_0 d^2$ som med $Q = 3e$, $\epsilon_r = 7.45$ og $d = 100$ nm blir $E = 58$ kV/m.

30E) Total motstand er $(1/2.5 + 1/3.5 + 1/4.5 + 1/5.5)^{-1} \Omega = 0.9176 \Omega$. Da blir total strøm $I = 12/0.9176 \text{ A} = 13 \text{ A}$.

31D) $P = VI = V^2/R = 12^2/2.5 \text{ W} = 58 \text{ W}$.

32A) Energibevarelse gir farten v etter akselerasjon med spenning $V = 22 \text{ kV}$: $m_p v^2/2 = e \cdot V$, dvs $v = \sqrt{2eV/m_p} = \sqrt{(2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 22000)/(1.67 \cdot 10^{-27})} \text{ m/s} = 2.053 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Newtons 2. lov, med kraft $F = evB$ og sentripetalakselerasjon v^2/r , gir deretter baneradius $r = m_p v/eB = (1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 2.053 \cdot 10^6)/(1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 6.0) \text{ m} = 0.0036 \text{ m} = 3.6 \text{ mm}$.

33D) I stor avstand fra en magnetisk dipol avtar feltstyrken proporsjonalt med en over avstanden opphøyd i tredje potens. Dermed vil en dobling av avstanden fra 1.0 m til 2.0 m redusere feltstyrken med en faktor 1/8, dvs feltstyrken i avstand 2.0 m er 4 mT.

34C) Maksimal magnetisering må tilsvare at samtlige atomer har sitt magnetiske dipolmoment, $2\mu_B$, i samme retning. Vi må finne ut hvor stort volum hvert atom okkuperer, og med oppgitte størrelser og tallverdier er dette $55.9/7.86 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \text{ cm}^3 = 1.181 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3$. Dermed: $M_{\max} = 2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24}/1.181 \cdot 10^{-29} \text{ A/m} = 1.57 \text{ MA/m}$.

35F) Med antagelse om lineær respons er $\mu_r = B/B_0$, der $B_0 = \mu_0 n I_0$ er feltet inni spolen pga spoletstrømmen I_0 og $B = \mu_r B_0 = \mu_r \mu_0 n I_0$ er det totale feltet inni spolen, pga spoletstrømmen og magnetiseringsstrømmen I_m pr vikling av spoletråden. (n er antall viklinger pr lengdeenhet.) Dermed: $B = \mu_r \mu_0 n I_0 = B_0 + B_m = \mu_0 n I_0 + \mu_0 n I_m$, dvs $I_m = (\mu_r - 1)I_0 (\simeq \mu_r I_0) = 1349 \cdot 65 \text{ mA} = 88 \text{ A}$.

36C) $L = N^2 \mu A/l = 3200^2 \cdot 1350 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4.0 \cdot 10^{-4}/0.20 \text{ H} = 35 \text{ H}$.

37C) $\langle P \rangle = \langle V(t)I(t) \rangle$ med $V(t) = V_0 \sin \omega t$ og $I(t) = V(t)/R = (V_0/R) \sin \omega t$. Dermed: $\langle P \rangle = (V_0^2/R) \langle \sin^2 \omega t \rangle = V_0^2/2R = 3.0 \text{ W}$. Her kunne vi uten videre sette $\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$ fordi åpenbart er $\langle \sin^2 \omega t \rangle = \langle \cos^2 \omega t \rangle$ og $\langle \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t \rangle = \langle 1 \rangle = 1$.

38E) $V_2 - V_1 = V_0 [\sin(\omega t + 2\pi/3) - \sin \omega t]$ som med oppgitt formel kan skrives som $V_2 - V_1 = 2V_0 \cos(\omega t + \pi/3) \cdot \sin(\pi/3) = 2 \cdot 325 \cdot (\sqrt{3}/2) \cdot \cos(\omega t + \pi/3)$. Amplituden er derfor 563 V.

39F) For det analoge mekaniske svingesystemet er egenfrekvensen $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. I svingekretsen er $1/C$ analog til fjærkonstanten k mens L er analog til massen m . Dermed vil strøm og ladning i LC -kretsen svinge med periode $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2.0 \text{ s}$.

40C) $U = Q_0^2/2C = 135 \text{ mJ}$.

(Dette uttrykket kan utledes fra oppgitte størrelser: Kapasitans $C = \epsilon_0 A/d$. Elektrisk feltstyrke mellom kondensatorplatene: $E = \sigma/\epsilon_0 = Q_0/A\epsilon_0$. Energi pr volumenhett i elektrisk felt: $u = \epsilon_0 E^2/2$. Med plateareal A og plateavstand d blir startenergien lagret i kondensatoren $U = uAd = Q_0^2/2C$. Siden kretsen er uten motstand, tapes ikke energi. Dermed trenger vi ikke å bry oss om den magnetiske energien i induktansen når det går en strøm i kretsen; det holder å beregne elektrisk energi i kondensatoren i starten, når $I = 0$.)