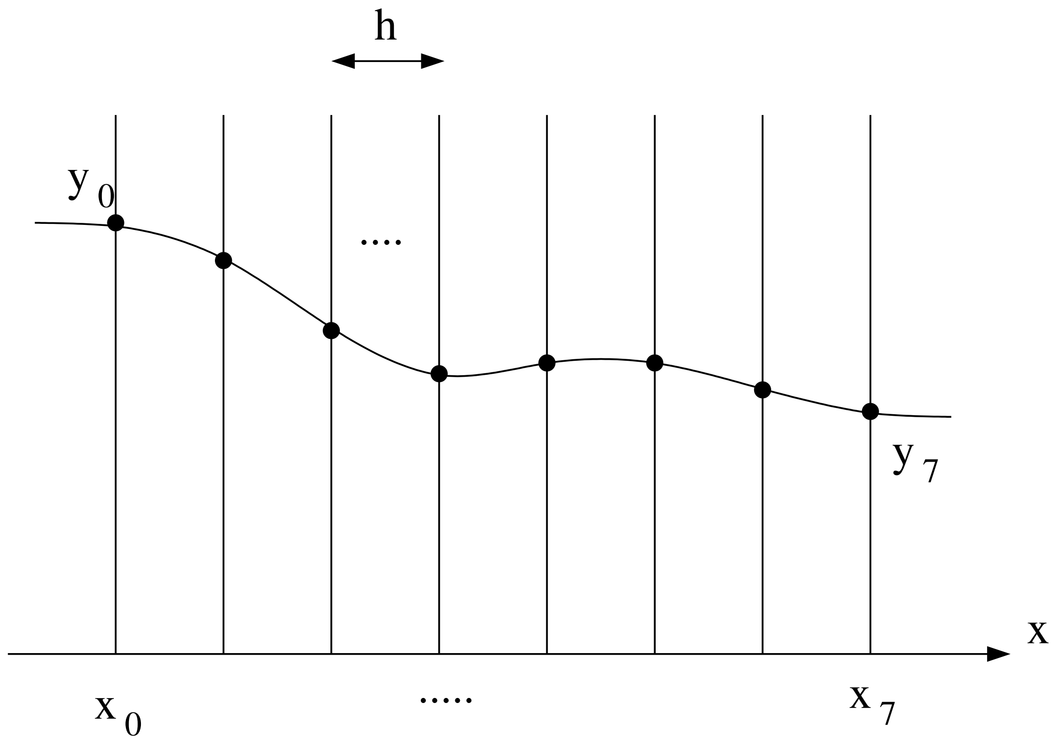
TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Berg-og-dal-bane-tilpasning med naturlig kubisk spline.

Felles for alle grupper er en bane med 8 festepunkter $y_0, y_1, \ldots, y_7$ jevnt fordelt horisontalt med innbyrdes avstand $h = 20$ cm, dvs i posisjoner $x_0, x_1 = x_0 + h, \ldots, x_7 = x_0 + 7h$.



En kan da vise at tredjegradspolynomene

$$S_j(x) = \frac{y_j''(x_{j+1}-x)^3}{6h} + \frac{y_{j+1}''(x-x_j)^3}{6h} + \left(y_{j+1}/h - y_{j+1}''h/6\right)(x-x_j) + \left(y_j/h - y_j''h/6\right)(x_{j+1}-x)$$

med $0 \le j \le 6$ på hver av de 7 intervallene (x_{j-1}, x_j) gir en god tilnærmelse til den virkelige baneformen. Polynomene $S_j(x)$ defineres slik at både banen, dens helningsvinkel (evt stigningstallet) og dens krumning er kontinuerlige overalt, inkludert alle festepunktene. Med andre ord, både $S(x)$, $S'(x)$ og $S''(x)$ er kontinuerlige mellom x_0 og x_7.

Man velger gjerne $y_0'' = y_7'' = 0$ for krumningen i de to ytterste festepunktene. Det resulterer i en såkalt *naturlig kubisk spline*. De resterende dobbeltderiverte, $y_1'', \ldots, y_6''$, er løsningen av ligningssystemet $\boldsymbol{Az} = \boldsymbol{b}$, der $\boldsymbol{A}$ er en 6×6 symmetrisk tridiagonal matrise med $A_{jj} = 4$ og $A_{j,j\pm1} = 1$, vektoren $\boldsymbol{z}$ har komponenter y_j'', og vektoren $\boldsymbol{b}$ har komponenter $6(y_{j+1} - 2y_j + y_{j-1})/h^2$. Her er $1 \le j \le 6$.

Dermed er de i alt 7 polynomene $S_j(x)$ bestemt, og disse kan i neste omgang brukes til å beregne både stigningstall (evt helningsvinkel) og krumning (evt krumningsradius) i en hvilken som helst baneposisjon $(x, S_j(x))$.