

TFY4104/TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til øving 1.

Oppgave 1.

Det er 1000 L i 1 m³, dvs 10⁶ mL i 1 m³. Dermed: 568 mL = 568 · 10⁻⁶ m³ = 5.68 · 10⁻⁴ m³. Riktig svar: C.

Oppgave 2.

1 UP = 473 mL / (568 mL/IP) ≈ 0.8 IP. Riktig svar: A.

Oppgave 3.

La oss betegne bevegelsesretningen som x -retningen, med $x = 0$ som stedet der fallskjermhopperen treffer snøfonna. Med konstant akselerasjon $a = -50g$ i x -retningen har en for $t > 0$ konstant-akselerasjonslikningene

$$v(t) = v_0 + at; \quad x(t) = v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Eliminer t mellom disse to likningene for å finne $v(x)$ eller $x(v)$:

$$x = v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2}a \frac{(v - v_0)^2}{a^2} \quad \Rightarrow \quad 2ax = v^2 - v_0^2.$$

(Eller du kunne skrevet opp denne "tidløse" likningen direkte.) Vi skal her bestemme den v_0 som gir $v = 0$ ved $x = 2$ (meter):

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 500 \cdot 2} = \sqrt{2000} \simeq 45 \text{ m/s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 4.

Fallet bremses ned til $v = 0$ i løpet av tida

$$t_i = -\frac{v_0 - 0}{a} = \frac{44.7}{50 \cdot 9.8} \text{ s} = \underline{0.091 \text{ s}}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 5.

Størrelsen kv^2 må ha enheten m/s². Dermed må konstanten k ha enheten 1/m, siden v^2 har enheten m²/s². Riktig svar: C.

Oppgave 6.

Når akselerasjonen er en gitt funksjon av hastigheten, gir det en differensiallikning for $v(t)$. I vårt tilfelle:

$$a = \frac{dv}{dt} = -kv^2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{dv}{v^2} = k dt$$

Integrerer fra start $(0, v_0)$ til vilkårlig tidspunkt (t, v) :

$$-\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = k \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0} = k(t - 0) \quad \Rightarrow \quad \underline{v(t) = \frac{v_0}{1 + kv_0 t}}.$$

Riktig svar: E.

Oppgave 7.

Hastighetens halveringstid T er derved gitt som

$$v(T) = \frac{v_0}{1 + kv_0 T} = \frac{1}{2}v_0 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{kv_0} = \frac{1}{3.0 \cdot 1.50} \text{ s} = 0.22 \text{ s}.$$

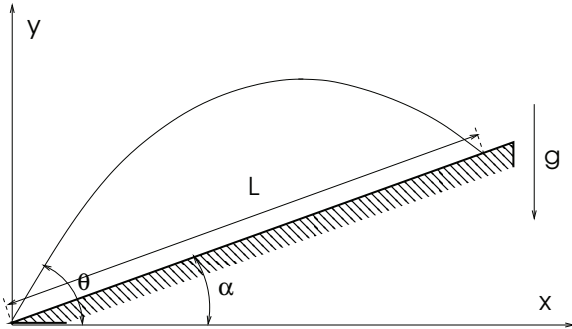
Riktig svar: B.

Oppgave 8. Ved start er $x = 0$, og i løpet av halveringstida har kula beveget seg strekningen $x(T)$. Denne bestemmes fra $v = dx/dt$, eller $dx = v dt$, som gir

$$x(T) = \int_0^T v(t) dt = \int_0^T \frac{v_0}{1 + kv_0 t'} dt' = \frac{1}{k} \ln(1 + kv_0 T) = \frac{1}{3.0 \text{ m}^{-1}} \cdot \ln 2 = \underline{0.23 \text{ m}}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 9.



Situasjonen er skissert i figuren til venstre. Vi velger utskytningsstedet som origo. Derved er begynnelsesbetingelsene

$$\begin{aligned} x(0) &= 0 & y(0) &= 0, \\ v_x(0) &= v_0 \cos \theta & v_y(0) &= v_0 \sin \theta. \end{aligned}$$

I x -retningen er akselerasjonen lik null (når luftmotstanden neglisjeres), og derved er $x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t$.

I y -retningen er akselerasjonen $-g$, slik at

$$y(t) = v_y(0)t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Når pila treffer bakken ved tida t_b , har den beveget seg $x(t_b)$ i x -retning og $y(t_b)$ i y -retning. Da må ifølge figuren $y(t_b)/x(t_b) = \tan \alpha$. Derved kan t_b bestemmes:

$$\frac{v_0 \sin \theta \cdot t_b - \frac{1}{2}gt_b^2}{v_0 \cos \theta \cdot t_b} = \tan \alpha \quad \Rightarrow \quad t_b = \frac{2v_0}{g} \cdot (\sin \theta - \cos \theta \tan \alpha).$$

Riktig svar: A.

Oppgave 10.

Rekkevidden blir da (se figuren)

$$L = \frac{x(t_b)}{\cos \alpha} = \frac{v_0 \cos \theta \cdot t_b}{\cos \alpha} = \frac{2v_0^2 \cdot (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta \tan \alpha)}{g \cos \alpha} = \frac{2v_0^2 \cdot \cos^2 \theta}{g \cdot \cos \alpha} \cdot (\tan \theta - \tan \alpha)$$

Riktig svar: D.

Oppgave 11.

Vinkelen som gir størst rekkevidde $L(\theta)$ finnes ved å derivere mhp θ og sette den deriverte lik null.

$$\begin{aligned} \frac{dL}{d\theta} &= \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \frac{d}{d\theta} (\cos \theta \sin \theta - \cos^2 \theta \tan \alpha) \\ &= \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} (-\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \cos \theta \sin \theta \tan \alpha) \\ &= \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} (\cos 2\theta + \sin 2\theta \tan \alpha). \end{aligned}$$

$\frac{dL}{d\theta} = 0$ og løst mhp θ gir resultatet

$$\tan 2\theta_{\text{maks}} = -\cot \alpha = \tan(\alpha + \pi/2) \quad \Rightarrow \quad \theta_{\text{maks}} = \underline{\underline{\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}}}.$$

Riktig svar: B.

Dette innebærer at på flat mark ($\alpha = 0$), er $\theta_{\text{maks}} = 45^\circ$, i tråd med erfaringer.