

TFY4104/TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Ekstra 11.

Oppgave 1

I stor avstand fra strømsløyfa kan vi sette

$$x^2 + R^2 \simeq x^2$$

Dermed blir magnetfeltet tilnærmet lik

$$B(x) \simeq \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}.$$

Strømsløyfas magnetiske dipolmoment er

$$m = IA = I \cdot \pi R^2,$$

så vi kan skrive dette magnetfeltet på formen

$$B(x) = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}.$$

Det er vel verdt å sammenligne dette resultatet med det elektriske feltet på aksene til en elektrisk dipol, i stor avstand x fra dipolen:

$$E(x) = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 x^3},$$

der p er dipolens elektriske dipolmoment. Altså nøyaktig samme resultat, med m istedetfor p og μ_0 istedetfor $1/\epsilon_0$. Det er mange analogier mellom elektrostatikk og magnetostatikk!

Oppgave 2

a) Sentripetalakselerasjonen er v_0^2/R mens Coulombkraften er $e^2/4\pi\epsilon_0 R^2$. Newtons 2. lov gir da

$$m_e \frac{v_0^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \Rightarrow R = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e v_0^2}$$

Atomets magnetiske dipolmoment blir dermed

$$\mathbf{m}_0 = I\mathbf{A} = -\frac{e}{2\pi R/v_0} \cdot \pi R^2 \hat{z} = -\frac{1}{2} e v_0 R \hat{z}.$$

b) Den valgte retningen på $\mathbf{B}$ fører til at den magnetiske kraften $\mathbf{F}_m = -e \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ blir rettet innover mot kjernen, dvs i samme retning som den tiltrekkende Coulombkraften. Med uendret baneradius R bestemmes dermed hastigheten v av ligningen

$$m_e \frac{v^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} + e v B.$$

Dette er en annengradslikning for v ,

$$v^2 - \frac{eBR}{m_e} v - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R} = 0,$$

med løsning

$$v = \frac{eBR}{2m_e} + \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R} + \left(\frac{eBR}{2m_e}\right)^2}$$

(Løsningen med negativt fortegn foran kvadratroten er negativ og ikke aktuell.)

La oss gå tilbake og se på hastigheten uten magnetfelt:

$$v_0 = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R}}$$

Vi ser umiddelbart at $v > v_0$. Det betyr at det magnetiske dipolmomentet

$$\mathbf{m} = -\frac{1}{2}evR \hat{z}$$

er større enn før vi skrudde på magnetfeltet. Med andre ord, *endringen*

$$\Delta\mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}_0$$

er motsatt rettet det ytre magnetfeltet.

Hvis magnetfeltet i stedet var rettet nedover, $\mathbf{B} = -B \hat{z}$, ville den magnetiske kraften bli rettet radielt *utover*, dvs i motsatt retning av Coulombkraften, slik at tilleggsleddet evB i bevegelsesligningen ville komme inn med motsatt fortegn. Dermed ville den nye hastigheten v ha blitt mindre enn v_0 , og det magnetiske dipolmomentet også mindre enn før vi skrudde på magnetfeltet. Igjen: *Endringen* i magnetisk dipolmoment ville fremdeles ha vært motsatt rettet det ytre feltet.

Konklusjon: Et ytre magnetfelt påvirker elektronets banebevegelse i atomet på en slik måte at det *induserte* magnetiske dipolmomentet, dvs det magnetiske dipolmomentet knyttet til endringen i banebevegelsen, blir motsatt rettet det påtrykte feltet. Altså *diamagnetisme*.