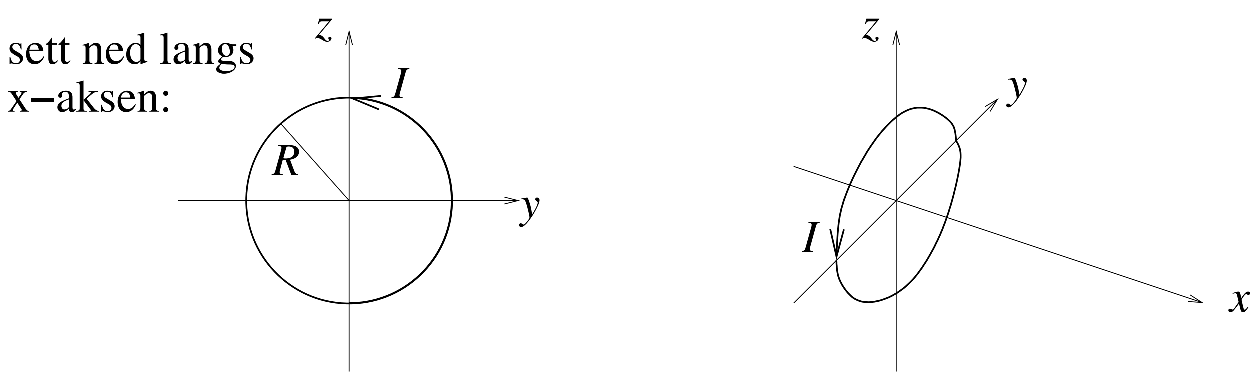
TFY4104/TFY4125 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Ekstra 11.

Oppgave 1

Ei sirkulær strømsløyfe med radius R fører en elektrisk strøm I. Strømsløyfa ligger i yz-planet med sentrum i origo. Retningen på I er mot klokka hvis vi har positiv x-akse ut av papirplanet.



I forelesningene brukte vi Biot–Savarts lov,

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I d\boldsymbol{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

til å fastslå at magnetfeltstyrken er

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

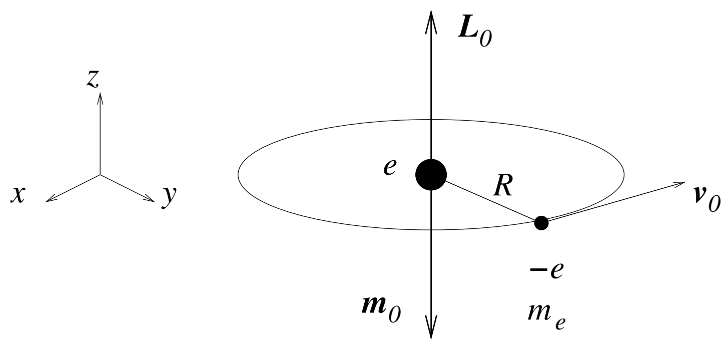
på x-aksen (dvs på dipolens akse).

Bestem $B(x)$ i stor avstand fra strømsløyfa (dvs: til ledende orden når $x \gg R$) og uttrykk svaret ved hjelp av sløyfas magnetiske dipolmoment $m = |\boldsymbol{m}|$.

Til sammenligning: Det elektriske feltet i stor avstand fra en elektrisk dipol plassert i origo, og som peker i x-retningen, dvs $\boldsymbol{p} = p\,\hat{x}$, er $E(x) = p/2\pi\varepsilon_0 x^3$. Gå tilbake til øving 9, oppgave 2c, og finn dette resultatet selv: Sett $\theta = 0$ i uttrykket for potensialet V, og regn ut $E = -dV/dr$. I øving 9 lå dipolen langs z-aksen; med $\theta = 0$ blir da $r = z$ i den oppgaven.

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi, med utgangspunkt i en klassisk atommodell, se nærmere på hvordan et ytre magnetfelt $\boldsymbol{B}$ vil påvirke elektronets banebevegelse rundt atomkjernen. En slik *diamagnetisk effekt* får vi i alle atomer. Her kan vi for enkelhets skyld ha et hydrogenatom i tankene, med ett elektron med ladning $-e$ i sirkulær bane (i xy-planet) med radius R rundt en kjerne med ladning $+e$.



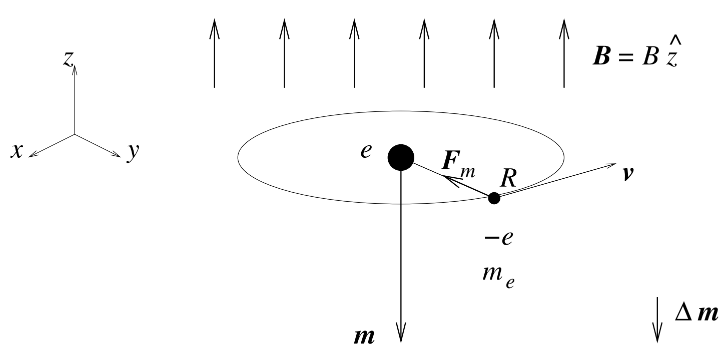
a) Uten et ytre magnetfelt til stede er elektronets hastighet v_0. Vis at uniform sirkelbevegelse i Coulombfeltet fra atomkjernen da resulterer i en baneradius

$$R = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e v_0^2}.$$

Vis at atomets magnetiske dipolmoment (gitt ved produktet av strøm og omsluttet areal) er

$$\boldsymbol{m}_0 = -\frac{1}{2} e v_0 R \hat{z}.$$

b) Vi skrur nå på et ytre magnetfelt $\boldsymbol{B} = B\,\hat{z}$, for enkelhets skyld rettet normalt på elektronets sirkulære bane:



Elektronet påvirkes nå, i tillegg til Coulombkraften fra kjernen, av en magnetisk kraft $\boldsymbol{F}_m = -e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ slik at bevegelsesligningen (dvs Newtons 2. lov) endres. Resultatet blir en endret sammenheng mellom elektronets hastighet v og banens radius R. Anta at magnetfeltet kun endrer hastigheten, og ikke banens radius R, og bestem den nye hastigheten v. Bestem også det nye magnetiske dipolmomentet $\boldsymbol{m}$, og vis at *endringen*

$$\Delta \boldsymbol{m} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{m}_0$$

er *motsatt rettet* det ytre magnetfeltet $\boldsymbol{B}$. Argumenter kvalitativt for at endringen $\Delta\boldsymbol{m}$ vil være motsatt rettet $\boldsymbol{B}$ også dersom $\boldsymbol{B}$ peker i motsatt retning (dvs i negativ z-retning).

Kommentarer:

- Vi har tidligere konkludert med at et statisk magnetfelt aldri utfører noe arbeid på en ladning i bevegelse ettersom $\boldsymbol{F}_m \perp \boldsymbol{v}$. Et statisk magnetfelt kan altså ikke endre ladningens hastighet (i absoluttverdi), tilsynelatende i konflikt med det vi har funnet ovenfor. Poenget er imidlertid at vi starter med $B = 0$ og *skrur på* et magnetfelt. Dermed har vi ikke hele tiden et statisk magnetfelt, men et felt som i løpet av en viss tid må endre seg fra null til sin endelige verdi. Og et tidsavhengig magnetfelt vil skape ("indusere") et elektrisk felt (Faradays induksjonslov), og et elektrisk felt kan som kjent endre hastigheten til et elektron.

- Fortegnet på den diamagnetiske responsen er et uttrykk for *Lenz' lov*: Systemets "respons" er slik at den påtrykte endringen *motvirkes*.

- Strengt tatt er det nødvendig med en *kvantemekanisk* beskrivelse for å forklare diamagnetisme "skikkelig". Likevel gir denne enkle klassiske modellen med ett atom et brukbart kvalitativt bilde av effekten.