Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektromagnetisme
Vår 2009

Øving 1

Veiledning: Mandag 19. januar
Innleveringsfrist: Fredag 23. januar kl 12.00

Oppgave 1

a) Komponentene av en vektor $\boldsymbol{A}$ er $A_x = -7.1$ og $A_y = -1.3$. Lengden $A = |\boldsymbol{A}|$ av denne vektoren er da
A) 6.0 B) 7.2 C) 8.4 D) 9.6

b) Vinkelen mellom x-aksen og vektoren $\boldsymbol{A} = -3.7\,\hat{x} - 2.3\,\hat{y}$ er (målt i grader mot urviseren; en hatt over x og y symboliserer enhetsvektor i den aktuelle retningen)
A) 38 B) 148 C) 212 D) 238

c) Komponentene av to vektorer $\boldsymbol{A}$ og $\boldsymbol{B}$ er henholdsvis $A_x = 4.1$, $A_y = -7$ og $B_x = -6.6$, $B_y = -3.1$. Lengden av vektoren $\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}$ er da
A) 11.4 B) 14.6 C) 19.5 D) 23.3

d) Komponentene av to vektorer $\boldsymbol{A}$ og $\boldsymbol{B}$ er henholdsvis $A_x = 6.1$, $A_y = -5.8$ og $B_x = -9.8$, $B_y = 4.6$. Skalarproduktet ("Prikkproduktet") $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}$ er da
A) 9.7 B) 0 C) -33.1 D) -86.5

e) Integralet av funksjonen $x + x^2$ fra $x = 0$ til $x = 1$ er
A) 2/3 B) 3/4 C) 4/5 D) 5/6

f) Hvis $r = \sqrt{x^2 + 1}$ så er dr/dx lik
A) x B) r/x C) x/r D) r

g) Hvis $\boldsymbol{A} = (1, 0, 0)$ og $\boldsymbol{B} = (0, 1, 0)$, er "kryssproduktet" $\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$ lik
A) $(1, 1, 0)$ B) $(0, 0, 1)$ C) $(0, 0, 0)$ D) $(1, 1, 1)$

Oppgave 2

a) En tynn kobbertråd med sirkulært tverrsnitt har lengde 1.0 m. Tråden har konstant masse pr lengdeenhet, $\mu = 0.20$ g/cm. Hva er trådens masse? Hva er trådens diameter?
Oppgitt: Massetetthet for kobber: $\rho = 8.92$ g/cm^3.

b) En annen kobbertråd, også denne 1.0 m lang, har variabelt tverrsnitt

$$t(x) = t_0 \left(1 - \left(\frac{x - L/2}{L} \right)^2 \right)$$

der $x = 0$ og $x = L = 1.0$ m representerer trådens to ender og $t_0 = 3.0$ mm^2. Hvor er tråden tynnest, og hvor er den tykkest? Hva er trådens minimale og maksimale tykkelse? Regn ut trådens masse.
Tips: En liten (infinitesimal) bit av tråden med lengde dx, lokalisert mellom x og $x + dx$, har masse $dm = \rho \cdot t(x) \cdot dx$. For å finne massen til hele tråden må vi *summere* slike små biter. Hvis hver bit er "uendelig liten", består tråden av uendelig mange biter, og summen utfører vi da ved å *integrere*.

c) I naturlig forekommende kobber har vi atomer som består av 29 elektroner og en kjerne med 29 protoner og enten 34 eller 36 nøytroner. Vi har med andre ord to ulike *isotoper* av kobber, og naturlig kobber inneholder 69.17 % av den lette isotopen og 30.83 % av den tunge isotopen. Hva blir da midlere masse pr kobberatom? Er det her nødvendig å ta hensyn til elektronene? Oppgitt: $m_p \simeq m_n \simeq 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_e \simeq 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg.

d) Hvor mange kobberatomer er det i tråden i punkt a? En mer passende antallsenhet i slike sammenhenger er *mol*, der 1 mol $\simeq 6.02 \cdot 10^{23}$ (Avogadros tall, etter Amedeo Avogadro, italiensk kjemiker, 1776 - 1856). Hvor mange mol kobberatomer er det i tråden i punkt a?

e) Et proton har elektrisk ladning e, et elektron har ladning $-e$, og et nøytron har null elektrisk ladning. Her er e den såkalte elementærladningen, $e \simeq 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, hvor vi har innført SI-enheten for elektrisk ladning, nemlig C (coulomb), etter den franske fysiker Charles Augustin de Coulomb (1736 - 1806). Hvor stor ladning har alle protonene i tråden i punkt a tilsammen? Hva med alle elektronene? Hva er trådens *totale* ladning?

Oppgave 3

a) Ei tynn sirkulær skive har radius R og uniform nettoladning σ_0 pr flateenhet. Hva blir skivas totale ladning?

b) Ei anna sirkulær skive har radius R og netto ladning

$$\sigma(r) = \sigma_0 \,(1 - r/R)$$

pr flateenhet, dvs den avtar lineært med avstanden r fra skivas sentrum. Hva blir skivas totale ladning?
Tips: En tynn ring med indre radius r og ytre radius $r + dr$ har areal $dA = 2\pi r \cdot dr$, og følgelig ladning $dq = \sigma(r) \cdot dA = \sigma(r) \cdot 2\pi r \cdot dr$.

Oppgave 4

Bestem gravitasjonskraften F_g som virker mellom to oksygenmolekyler (O_2) i innbyrdes avstand 300 Å. Er F_g tiltrekkende eller frastøtende? De to oksygenmolekylene tilføres ett ekstra elektron hver. Hvor stor blir den elektriske kraften F_e mellom de to ionene (O_2^-)? Er F_e tiltrekkende eller frastøtende? Bestem forholdet mellom F_e og F_g. Avhenger dette forholdet av avstanden mellom de to ionene?

Oppgitt: Molekylært oksygen har masse 32 g/mol, 1 mol = $6.02 \cdot 10^{23}$, gravitasjonskonstanten er $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ m^3/kg·s^2, e = elementærladningen = $1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $1/4\pi\varepsilon_0 \simeq 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2 og 1 Å = 1 ångstrøm = 10^{-10} m.

Oppgave 5

a) Seks like store ladninger q er plassert i hjørnene av en regulær sekskant. Hvor stor blir kraften på en "testladning" Q i sentrum av sekskanten?

b) En av de seks ladningene fjernes. Hva blir nå kraften på Q? Tegn en figur og forklar hvordan du har tenkt.

c) Erstatt "seks" med "sju" og gjenta oppgave *a*!

Fasitsvar:

Oppgave 1:
a) B   *b*) C   *c*) A   *d*) D   *e*) D   *f*) C   *g*) B

Oppgave 2:
a) 20 g, 1.7 mm   *b*) 25 g   *c*) $1.06 \cdot 10^{-25}$ kg   *d*) $1.89 \cdot 10^{23}$ atomer, 0.31 mol
e) ± 877 kC
Oppgave 3:
b) $\pi\sigma_0 R^2/3$

Oppgave 4: $F_e/F_g \simeq 10^{33}$