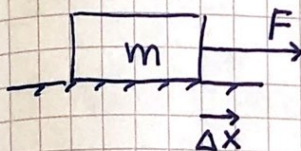


Arbeid og energi [OS1 7, 8]

(14)

Arbeid [OS1 7.1]

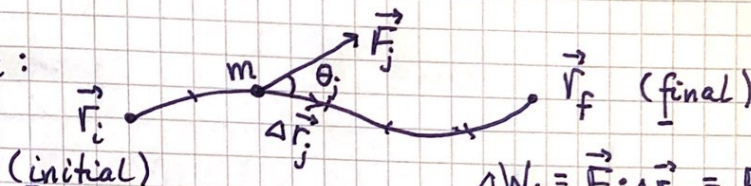
arbeid $\stackrel{\text{def}}{=}$ kraft $\cdot$ forflytning



$$\Delta W = F \cdot \Delta x = \text{arbeid utført av } F \text{ på } m$$

$$[W] = N \cdot m = J \quad (\text{joule})$$

Generelt:



$$\Delta W_j = \vec{F}_j \cdot \Delta \vec{r}_j = F_j \Delta r_j \cos \theta_j$$

$$W = \sum_j \Delta W_j = \sum_j \vec{F}_j \cdot \Delta \vec{r}_j \xrightarrow{\Delta r_j \rightarrow 0} \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

= arbeid utført av $\vec{F}$ på m når m flytter seg fra posisjon $\vec{r}_i$ til $\vec{r}_f$

Effekt [OS1 7.4]

effekt $\stackrel{\text{def}}{=}$ utført arbeid (evt: overført energi) pr tidsenhet

$$\underline{P} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \underline{\vec{F} \cdot \vec{v}}$$

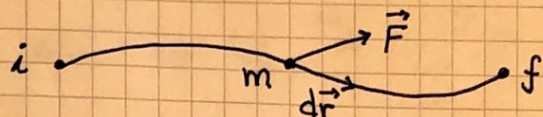
$$[P] = J/s = W \quad (\text{watt})$$

Eks: Midlere "strømforbruk" (elektrisk energi) pr år pr husstand i Norge var ca 15700 kWh i 2023 (SSB).
Hvor mange joule er dette?

$$\text{Løsning: } 1.57 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \frac{J}{s} \cdot 3600 s = 56.52 \cdot 10^9 J = 56.52 \text{ GJ} \\ (G = \text{giga} = 10^9)$$

Kinetisk energi [OS1 7.2]

(15)



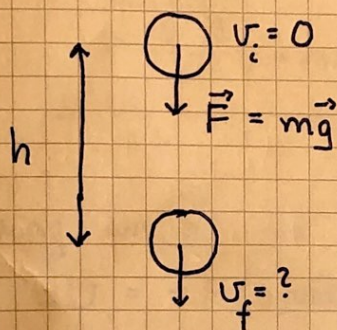
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \frac{1}{2} m d(\vec{v} \cdot \vec{v}) = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

$$\Rightarrow W = \int_i^f dW = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

Kinetisk energi: $K \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2} m v^2$

$$\Rightarrow \boxed{W = K_f - K_i = \Delta K} \quad (\text{work-energy theorem})$$

Eks:



$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot h = mgh$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_f^2$$

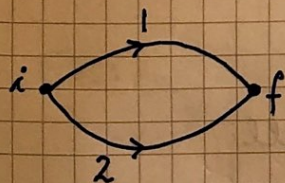
$$W = \Delta K \Rightarrow \underline{\underline{v_f = \sqrt{2gh}}}$$

Konservative krefter. Potensiell energi [OS1 8.1-8.4]

Med unntak av kinetisk friksjon er kreftene i dette kurset konservative, definert ved at

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \quad (\oint: \text{integral rundt lukket kurve})$$

Da er arbeidet W uavhengig av veien:



$$W_1 - W_2 = \left\{ \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_1 - \left\{ \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_2$$

$$= \left\{ \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_1 + \left\{ \int_f^i \vec{F} \cdot d\vec{r} \right\}_2$$

$$= \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{W_1 = W_2}}$$

Forskjell i potensiell energi U , med konservativ $\vec{F}$: (16)

$$\Delta U = U_f - U_i \stackrel{\text{def}}{=} - \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

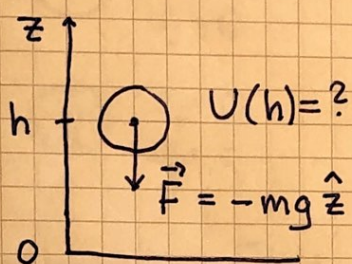
Bare forskjeller i pot. energi har fysisk betydning.

Vi kan sette $U=0$ hvor vi vil. Anta $U=0$ i posisjon $\vec{r}_0$.

Da er pot. energi i posisjon $\vec{r}$:

$$U(\vec{r}) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Eks:



Velger $U(0) = 0$:

$$U(h) = - \int_0^h F dz = \underline{\underline{mgh}}$$

Beregning av $\vec{F}$ fra U :

$$1D: dU = -F(z)dz \Rightarrow F(z) = -dU/dz$$

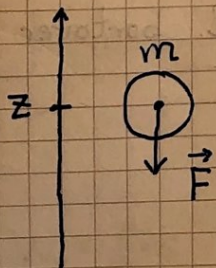
$$3D: dU = -\vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \vec{F} = -\nabla U$$

Gradienten til en skalar funksjon $f(x,y,z)$:

$\nabla f = \{\hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}\} f$ = en vektor som peker i den retningen f øker raskest, med absoluttverdi lik endringen i f pr lengdeenhet

Dermed: $\vec{F} = -\nabla U$ peker i retningen U økar raskest

Eks:



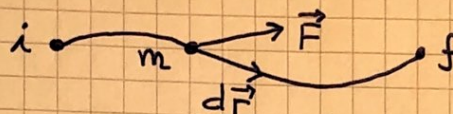
$$U(z) = U(0) + mgz$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 ; \quad \frac{\partial U}{\partial z} = mg$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{F} = -mg\hat{z}}}$$

Energibevarelse [OS1 8.3]

(17)



konservativ $\vec{F}$

$$\left. \begin{aligned} \Delta K &= K_f - K_i = W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ \Delta U &= U_f - U_i = - \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = -W \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$$

$\Rightarrow$ Total mekanisk energi $E = K + U$ er bevart i et kons. system

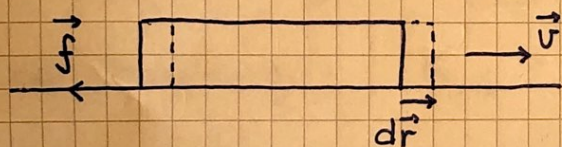
Eks: m  $z_i = h$
 $v_i = 0$

$$K_i = 0, U_f = 0, U_i = mgh, K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = mgh \Rightarrow \underline{v_f = \sqrt{2gh}}$$

 $z_f = 0$
 $v_f = ?$

Friksjonsarbeid [OS1 7.1]



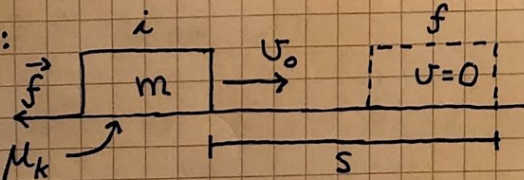
Kinetisk friksjon: $dW_f = \vec{f} \cdot d\vec{r} < 0$ alltid

$$\Rightarrow \oint \vec{f} \cdot d\vec{r} < 0 \Rightarrow \vec{f} \text{ ikke konservativ}$$

Mekanisk energi omdannes til termisk energi (varme) m.m.

Statisk friksjon: $d\vec{r} = 0 \Rightarrow dW_f = 0$

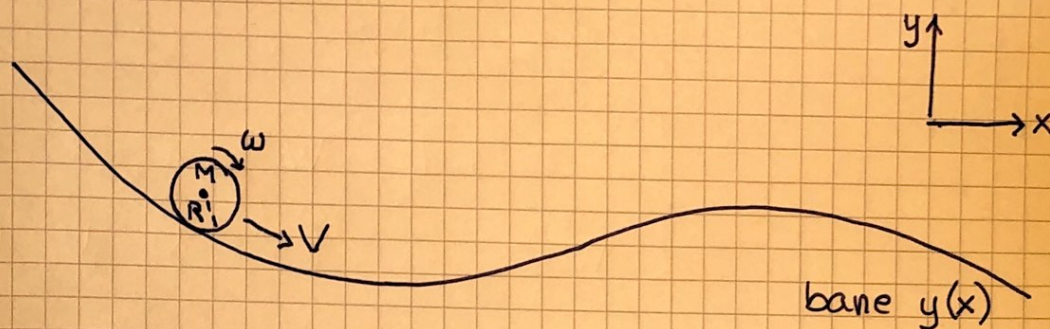
$\Rightarrow$ Mekanisk energi er bevart!

Eks:  $\mu_k = ?$

Løsn: $W_f = f \cdot s = \mu_k N \cdot s = \mu_k mgs$; $\Delta K = K_o = \frac{1}{2}mv_o^2$
 $\Rightarrow \mu_k mgs = mv_o^2/2 \Rightarrow \underline{\mu_k = v_o^2/2gs}$

Lab: Rulling av kule på krum bane

(18)



Ren rulling $\Rightarrow$ Kula glir ikke $\Rightarrow$ Statisk friksjon
 $\Rightarrow$ Mekanisk energi er bevart

Pot. energi: $U(y) = Mgy$; dersom $U(0) = 0$

Kin. energi: $K = K_{\text{trans}} + K_{\text{rot}}$

Translasjonsenergi: $K_{\text{trans}} = \frac{1}{2}MV^2$
Rotasjonsenergi: $K_{\text{rot}} = \frac{1}{5}MV^2$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} K_{\text{trans}} \\ K_{\text{rot}} \end{matrix}} \right\} \Rightarrow K = \frac{7}{10}MV^2$

Anta $V = 0$ i en starthøyde y_0

Da er farten $V(y)$ i høyde y bestemt av:

$$U(y) + \frac{7}{10}MV(y)^2 = U(y_0)$$

$$\Rightarrow \underline{V(y) = \sqrt{\frac{10}{7}g(y_0 - y)}}$$

Vi skal finne ut:

- Hvorfor er $K_{\text{rot}} = \frac{1}{5}MV^2$ for kompakt kule?
- Hva er friksjonskraften f og normalkraften N på kula underveis?

Og mye mer!