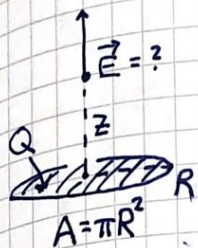


Eks 3: Jeunt ladet skive. $\vec{E}$ på symmetriaksen.

(50)



Skiva tilsvarer mange tynne ringer med radius $0 \leq r \leq R$, bredde dr , areal $dA = 2\pi r \cdot dr$ og ladning $dq = Q \cdot dA/A$.

Hver ring bidrar med $dE_z = dq \cdot z / 4\pi\epsilon_0 (z^2 + r^2)^{3/2}$ til feltet $\vec{E} = E(z) \hat{z}$ på z-aksen (jf. Eks 2).

Integrasjon fra $r=0$ til $r=R$ gir

$$E(z) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left\{ 1 - \left(1 + R^2/z^2\right)^{-1/2} \right\}$$

som langt unna skiva blir ($z \gg R \Rightarrow (1 + R^2/z^2)^{-1/2} \approx 1 - R^2/2z^2$)

$$E(z) \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \quad \text{som ventet,}$$

men viktigere for oss er feltet nær skiva, dvs for $z \ll R$:

$$E \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{uavhengig av } z!$$

Skivas ladning pr flateenhet: $\sigma = Q/A = Q/\pi R^2$

Feltlinjer for $\vec{E}$ [OS2 5.6]

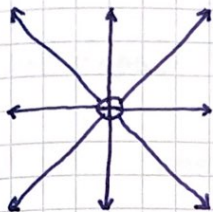
Gir et bilde av $\vec{E}$ omkring ladningene.

Retning: $\vec{E} \parallel$ feltlinjene

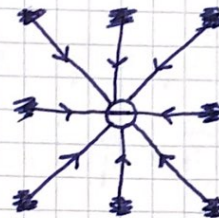
Feltstyrke: $E = |\vec{E}|$ proporsjonal med feltlinjetettheten
(dvs antall feltlinjer pr flateenhet)

Eks 1: Punktladning

(51)

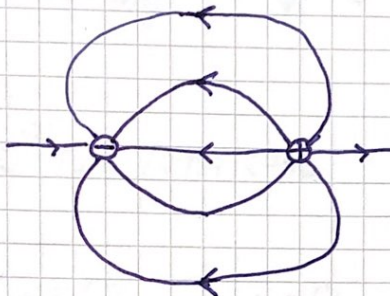


$$E(r) = q / 4\pi\epsilon_0 r^2$$

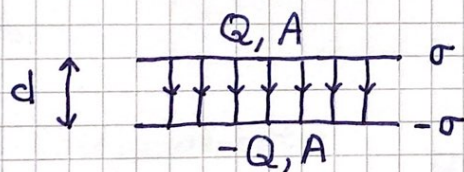
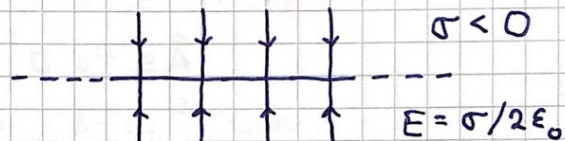


Feltlinjene starter på positive og ender på negative ladninger

Eks 2: Dipol



Eks 3: Jeunt ladet plate og parallelplatekondensator



Når $d \ll \sqrt{A}$ er $\vec{E}$ tilnærmet konstant mellom platene

Feltstyrke: $E = 2 \cdot \sigma / 2\epsilon_0 = \sigma / \epsilon_0$

Utenfor volumet mellom platene er $E \approx 0$

Elektrisk dipolmoment

[052 5.7]

52

Enkel dipol: 

Dipolmoment: $\vec{p} = q \vec{d}$

Med flere punktladninger q_i i posisjoner $\vec{r}_i$: $\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$

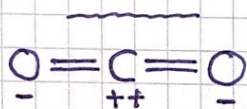
Med kontinuerlig ladningsfordeling: $\vec{p} = \int \vec{r} dq$

En dipol har null nettoladning: $\sum_i q_i = 0$ evt $\int dq = 0$

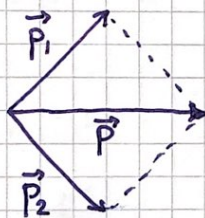
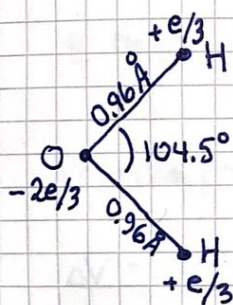
Enhet: $[p] = \text{G} \cdot \text{m}$

Enheten debye: $1D = 10^{-21} \text{ C}\cdot\text{m} / 299792458 = 3.336 \cdot 10^{-30} \text{ C}\cdot\text{m}$

Exs 1: CO_2


$$p = 0$$

Eks 2: H_2O



$$\begin{aligned} p &= 2 \cdot \frac{e}{3} \cdot 0.96 \text{ \AA} \cdot \cos 52.25^\circ \\ &= 0.39 \text{ e\AA} \\ &= 6.3 \cdot 10^{-30} \text{ Cm} \\ &= 1.89 \text{ D} \end{aligned}$$

Eks 3: Plattekondensator

Diagram of a parallel plate capacitor. The top plate is labeled $Q; A = \pi R^2$ and the bottom plate is labeled $-Q; A$. Five downward-pointing arrows are between the plates, representing the electric field. To the left, a vertical arrow points upwards and is labeled E . To the right, a vertical double-headed arrow indicates the distance between the plates, labeled d .

$$R = 10 \text{ cm}, \quad d = 1.0 \text{ mm}, \quad Q = 25 \text{ nC}$$

Finn E og p.

$$\sigma = Q/A = 25 \cdot 10^{-9} \text{ C} / \pi \cdot (0.10 \text{ m})^2 = 8.0 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

$$E = \sigma / \epsilon_0 = \underline{\underline{9.0 \cdot 10^4 \text{ N/C}}}$$

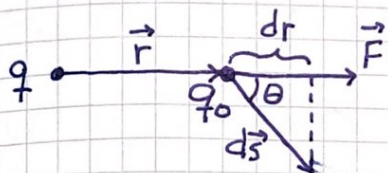
$$p = Q \cdot d = \underline{\underline{2.5 \cdot 10^{-11} \text{ C} \cdot \text{m}}}$$

Potensiell energi og elektrisk potensial

[OS2 7.1-7.2]

(53)

Endring dU i pot.energi for ladningspar når $\vec{r} \rightarrow \vec{r} + d\vec{s}$:



$$\begin{aligned} dU &= -\vec{F} \cdot d\vec{s} = -F \cdot ds \cdot \cos \theta \\ &= -F \cdot dr = -qq_0 dr / 4\pi\epsilon_0 r^2 \end{aligned}$$

Velger $U = 0$ når $r \rightarrow \infty$.

$$\Rightarrow U(r) = - \int_{\infty}^r \frac{qq_0 dr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r} = \text{pot. energi for}$$

ladningspar q og q_0 i innbyrdes avstand r

Elektrisk potensial $\stackrel{\text{def}}{=}$ Pot. energi pr ladningsenhet

$$V(r) = U(r)/q_0 = q/4\pi\epsilon_0 r = \text{potensialet som ladingen } q \text{ omgir seg med} = \text{Coulombpotensialet}$$

Potensialforskjell mellom to posisjoner f og i :

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_i^f \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{q_0} = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Enhet: $[V] = V$ (volt)

Dermed: $[E] = V/m$ (mer brukt enn N/C)

En nyttig energienhet på atomært nivå er

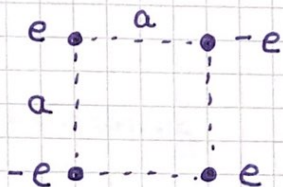
$$\begin{aligned} 1 \text{ eV (elektronvolt)} &= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ J/C} \\ &= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

Pot. energi for flere punktladninger:

$$U_{ij} = \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} = \text{bidraget fra ladningsparet } q_i \text{ og } q_j$$

$$U = \sum_{\text{alle par}} U_{ij} = \text{systemets totale pot. energi}$$

Eks:



$$a = 1.0 \text{ nm}$$

$$U = -4 \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} + 2 \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2} a} = -5.96 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \underline{\underline{-3.7 \text{ eV}}}$$

Beregning av $\vec{E}$ fra V [OS2 7.4]

Fra før: $\vec{F} = -\nabla U$

Med $\vec{F} = q_0 \vec{E}$ og $U = q_0 V$ følger da:

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V}$$

Eks: Punktladning

$$V(r) = q/4\pi\epsilon_0 r$$

Kulesymmetri: $\nabla = \hat{r} \frac{d}{dr}$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\hat{r} \frac{dV}{dr} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} ; \quad \text{OK}$$

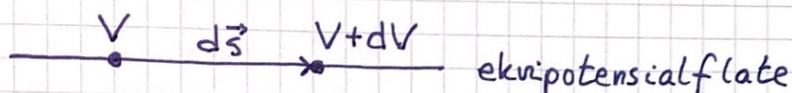
Equipotensial

[052 7.5]

(55)

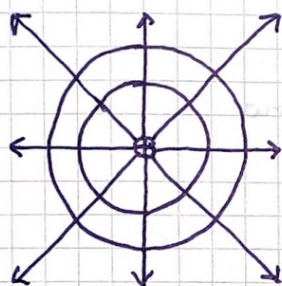
Et område der potensialet V er konstant.

$\vec{E}$ står normalt på equipotensialflatene:



$$dV = 0 \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp d\vec{s}$$

Eks: Punktladning



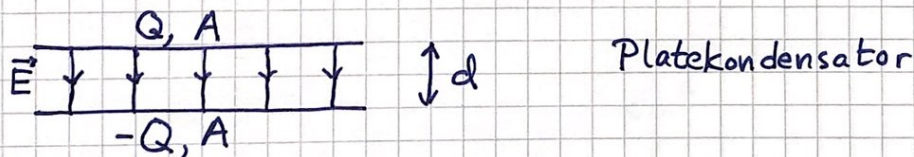
Radielle feltlinjer for $\vec{E}$

$\Rightarrow$ Equipotensialflatene
er kuleskall (med punktladningen
i sentrum)

Kapasitans

[052 8]

En kondensator består av to adskilte ledere, f.eks.
to parallelle metallplater:



Med ladning $\pm Q$ på de to lederne er feltet
mellom dem $\vec{E}$ med feltstyrke $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/A\epsilon_0$.

Da er pot.forskjellen (spenningen) mellom lederne

$$\Delta V = - \int_{-}^{+} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot d = Qd/A\epsilon_0$$

Kondensatorens kapasitans: $C \stackrel{\text{def}}{=} Q/\Delta V$

For platekondensator:

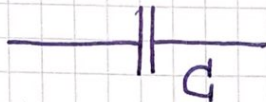
$$C = \epsilon_0 A/d$$

(56)

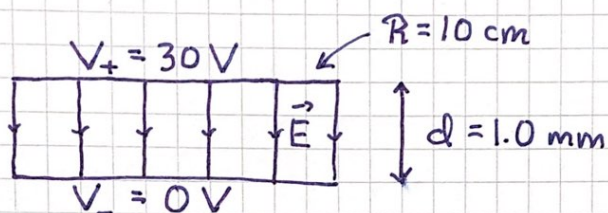
Enhet: $[C] = C/V = F$ (farad)

Enhet for permittivitet: $[\epsilon_0] = F/m$

Symbol for kondensator i elektriske kretser:



Eks:



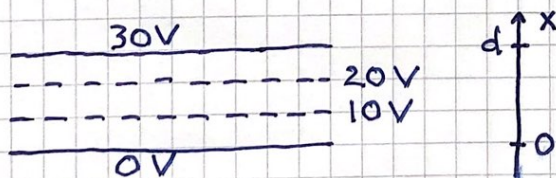
Beregn E , $\pm Q$ og C . Tegn ekuipotensialflater ved 10V og 20V.

Løsn:

$$\Delta V = E \cdot d \Rightarrow E = \Delta V/d = 30V/mm = \underline{\underline{30 \text{ kV/m}}}$$

$$Q = \sigma A = \epsilon_0 E \pi R^2 = \underline{\underline{8.3 \text{ nC}}}$$

$$C = Q/\Delta V = \epsilon_0 A/d = \underline{\underline{0.28 \text{ nF}}}$$



$$V(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ \sigma x / \epsilon_0 & ; 0 < x < d \\ \sigma d / \epsilon_0 & ; x \geq d \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\nabla V = -\hat{x} \frac{dV}{dx} = -\hat{x} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ mellom platene (E=0 utenfor)}$$