TFY4104 Fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 2.

Oppgave 1
Sokken er i uniform sirkelbevegelse, og da er alltid akselerasjonen rettet radielt innover (sentripetalakselerasjon). Med N2 blir da også nettokraften på sokken rettet radielt innover. Riktig svar: C.

Oppgave 2
Nettokraften på de to massene med total masse $4m$ er tyngden til m, dvs mg. Systemets konstante akselerasjon er derfor $a = g/4$. Med startposisjon og starthastighet lik null er $v = at = gt/4$ og $h = at^2/2 = gt^2/8$. Dette gir tiden $t = \sqrt{8h/g}$ for å falle en distanse h, og dermed hastigheten $v = g\sqrt{8h/g}/4 = \sqrt{gh/2}$. Riktig svar: B.

Oppgave 3
Det er ingen akselerasjon i horisontal retning, dvs hastigheten er konstant. Da må $x(t)$ bli en rett linje (med stigningstall forskjellig fra null). Riktig svar: D.

Oppgave 4
Tyngdens akselerasjon på overflaten av en (kuleformet) planet med masse M og radius R er GM/R^2. En firedobling av radien og en masse ganget med faktoren 14.5 gir en tyngdeakselerasjon $(GM/R^2)\cdot(14.5/16) \simeq 0.9GM/R^2$. Riktig svar: B.

Oppgave 5
Den som insisterer på at fart er en positiv størrelse, i betydningen hastighetsvektorens absoluttverdi, vil måtte svare alternativ E. Vi andre tenker som så: Ballens fart skifter fortegn i det den spretter i golvet. Den mister gjerne litt mekanisk energi i kollisjonen med golvet og spretter derfor ikke like høyt som til der den ble sluppet. Kurvene A, C og D kan ikke stemme: Ballens fart kan umulig avta lineært mot null mot slutten av sin ferd mot golvet. Kurve B, derimot, ser fin ut. Farten er null når ballen slippes, den øker lineært i absoluttverdi inntil den brått skifter fortegn i det den treffer golvet. Etter kollisjonen med golvet er farten litt mindre i absoluttverdi enn like før kollisjonen. Siste lineære del av kurven beskriver at farten reduseres til null og skifter fortegn på toppen før den faller ned og treffer golvet for andre gang. Riktig svar: B.

Oppgave 6
Vogna har hele tiden kontakt med underlaget og er dermed hele tiden i sirkelbevegelse, riktignok ikke uniform. Akselerasjonsvektoren må peke radielt inn mot sirkelens sentrum både på toppen og ved bunnen av loopen, med størst absoluttverdi der farten er størst, dvs nederst. Bare figur C stemmer med dette. I denne figuren er også pilene på høyre og venstre side rimelige, siden tyngdekraften bidrar til en akselerasjonskomponent rettet nedover, i tillegg til sentripetalakselerasjonen rettet inn mot sentrum. Riktig svar: C.

Oppgave 7
Klossen ligger i ro, og N1 gjelder, både normalt på og langs med skråplanet. Langs skråplanet virker tyngdens komponent $mg\sin\theta$ nedover og friksjonen f oppover. Følgelig er $f = mg\sin\theta$. Riktig svar: D.

Oppgave 8

Newtons 1. lov anvendt på de to kulene, med positiv retning nedover:

$$\begin{aligned} mg + S - f &= 0 \\ 2mg - S - f &= 0 \end{aligned}$$

Her er f luftmotstanden og S er snordraget. Vi trekker 2. ligning fra den første, som eliminerer f og gir snordraget $S = mg/2$. Riktig svar: B.

Oppgave 9

Dersom det hadde vært opplyst at klossen ligger i ro, ville C ha vært riktig svar, pga N1. Og dersom det hadde vært opplyst at klossen var i bevegelse, ville B ha vært riktig svar; da er $f = \mu_k N = \mu_k mg = 0.4 \cdot 10 \cdot 10 = 40$ N. Begge deler er tenkbart, siden $F = 50$ N, som er større enn $\mu_k N$, og samtidig mindre enn $f_{\max} = \mu_s N = 60$ N. Vi kan derfor ikke gi et entydig svar. Riktig svar: E.

Oppgave 10

Her henger alt i ro, og N1 må kunne brukes, for eksempel på knutepunktet der de tre tauene møtes. Vertikalt har vi dermed $S_3 = S_2 \sin 60^\circ = \sqrt{3} S_2/2$, og horisontalt har vi $S_1 = S_2 \cos 60^\circ = S_2/2$. Med andre ord, $S_2 = 2S_1 = 2S_3/\sqrt{3}$, som gir rekkefølgen $S_2 > S_3 > S_1$. Riktig svar: C.

Oppgave 11

Ved $t = 0$ er $v = 0$, så det er ingen akselerasjonskomponent normalt på banen. N2 tangentielt til banen: $ma_\parallel = mg \sin\theta$, der θ er banens helningsvinkel, gitt ved f eks $\tan\theta = dy/dx$. Med $\tan\theta = \sin\theta/\cos\theta$ og $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}$ har vi $\sin\theta = dy/ds = (1 + (dx/dy)^2)^{-1/2}$. I startposisjonen, der $y = h$, er $dy/dx = 2x/a = 2\sqrt{y/a} = 2\sqrt{h/a}$, slik at $(dx/dy)^2 = a/4h$. Med andre ord, i startposisjonen er $a = a_\parallel = g/\sqrt{1 + a/4h}$. Riktig svar: D.

Oppgave 12

Ved bunnen av banen er farten $v = \sqrt{2gh}$. Her er baneakselerasjonen null. Ved bunnen er total kraft på klossen $N - mg$, der N er normalkraften fra banen på klossen, rettet oppover. Dette skal tilsvare $ma_\perp = mv^2/R$, der R er banens krumningsradius ved $(x, y) = (0, 0)$. Denne regnet vi ut i Test 1, $R(0, 0) = a/2$. Dermed er

$$N = mg + mv^2/R = mg + m \cdot 2gh/(a/2) = mg(1 + 4h/a).$$

Riktig svar: B.

Oppgave 13

Vi har $v = ds/dt = \sqrt{2g(h - y)}$ (fra energibevarelse) og $|ds| = |dy\sqrt{1 + (dx/dy)^2}| = |dy\sqrt{1 + a/4y}|$. Kombinert gir dette

$$(\pm)\frac{dy\sqrt{1 + a/4y}}{dt} = \sqrt{2g(h - y)}.$$

Siden y avtar i begynnelsen for økende tid t, innser vi at vi her må velge minustegnet. Ligningen som bestemmer $y(t)$ er derfor

$$-\int_h^y dy\sqrt{\frac{1 + a/4y}{2g(h - y)}} = \int_0^t dt = t.$$

Riktig svar: C.

Oppgave 14

Gjenstanden har ingen akselerasjon i retning normalt på skråplanet. Normalkraften fra skråplanet på m er derfor like stor som tyngdens komponent normalt på skråplanet, dvs $mg\cos\theta$. Det at vi dytter med en kraft $\boldsymbol{F}$ parallelt med skråplanet påvirker ikke bevegelsen og "kraftregnskapet" normalt på. Riktig svar: B.

Oppgave 15
Hastigheten er den deriverte av posisjonen:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{2.0\,\mathrm{m}}{\pi} \cdot 4\pi\,\mathrm{s}^{-1} \cdot \cos(4\pi\,\mathrm{s}^{-1}\,t + \pi/3),$$

som ved tidspunktet $t = 2.0$ s har verdien

$$8.0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos(8\pi + \pi/3) = 8.0\,\mathrm{m/s} \cdot \cos\pi/3 = 4.0\,\mathrm{m/s}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 16
I et fast koordinatsystem er enhetsvektorene $\hat{x}$ og $\hat{y}$ konstante, tidsuavhengige størrelser. Det samme gjelder, som vi ser, ikke for enhetsvektorene i polarkoordinater, $\hat{r}$ og $\hat{\phi}$. Derivasjon av $\hat{r}$ mhp t gir

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = -\omega\hat{x}\sin\omega t + \omega\hat{y}\cos\omega t = \omega\hat{\phi}.$$

Riktig svar: A.

Oppgave 17
Derivasjon av $\hat{\phi}$ mhp t gir

$$\frac{d\hat{\phi}}{dt} = -\omega\hat{x}\cos\omega t - \omega\hat{y}\sin\omega t = -\omega\hat{r}.$$

Riktig svar: D.

Oppgave 18
$[k] = [f/v] = (\mathrm{kg\ m/s^2})/(\mathrm{m/s}) = \mathrm{kg/s}$. Riktig svar: E.

Oppgave 19
$[D] = [f/v^2] = (\mathrm{kg\ m/s^2})/(\mathrm{m/s})^2 = \mathrm{kg/m}$. Riktig svar: A.

Oppgave 20
Tyngdens komponent parallelt med skråplanet, $mg\sin\alpha$, virker nedover. Friksjonskraften $f = \mu N = \mu mg\cos\alpha$ (der vi har brukt N1 normalt på skråplanet: $N = mg\cos\alpha$) virker oppover. N2 gir da $a = (mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha)/m = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Riktig svar: C.