TFY4125 Fysikk: Kort LF til prøveeksamen Mekanikk 2023

1) En Tesla Model 3 Performance hevdes på britiske nettsider å kunne akselerere fra 0 til 62 mph (miles per hour) i løpet av 3.3 sekunder. 1 mile er 1609.34 m. **Hva er da akselerasjonen i enheten m/s^2?**

$$a = 62 \cdot 1609.34/3600 \cdot 3.3 = 8.4 \text{ m/s}^2$$

E) 8.4

Oppgave 2 - 4: Farten til en lite utholdende sprinter kan beskrives med funksjonen $v(t) = at\exp(-t/\tau)$. Her er t tiden målt i sekunder mens de to konstantene har verdi $a = 4.0$ m/s^2 og $\tau = 5.0$ s.

2) Hva er sprinterens akselerasjon i startøyeblikket ($t = 0$)?

$$dv/dt = a(1 - t/\tau)\exp(-t/\tau)$$

som med $t = 0$ er lik $a = 4.0$ m/s^2

C) 4.0 m/s^2

3) Hva er sprinterens maksimale fart?

Maksimal fart der $dv/dt = a(1 - t/\tau)\exp(-t/\tau) = 0$, dvs for $t = \tau$. Og $v(\tau) = a\tau/e = 4 \cdot 5/e = 7.4$ m/s

F) 7.4 m/s

4) Hvor langt kommer sprinteren på 5 sekunder?

Oppgitt: $\frac{d}{dt}[t\tau\exp(-t/\tau)] = (\tau - t)\exp(-t/\tau)$

Fra $v = dx/dt$ følger $dx = v\,dt$ og dermed

$$x(t) = \int_0^t v(t)\,dt = a\int_0^t t\exp(-t/\tau)\,dt.$$

Oppgitt sammenheng inspirerer til delvis integrasjon, med resultatet

$$x(\tau) = a\tau^2(1 - 2/e) = 26 \text{ m}$$

A) 26 m

Oppgave 5 - 7: Ei lita og kompakt kule ruller uten å gli på en krum bane. Kulas massesenter følger banen

$$y = y_0\,(\xi^4 - 2\xi^2).$$

Her er $y_0 = 0.020$ m, og $\xi = x/x_0$ med $x_0 = 1.00$ m. Koordinatene x og y angir hhv horisontal og vertikal posisjon. Kula starter ved $\xi = -2$ med starthastighet lik null og ruller til $\xi = 1$.

5) Banen er brattest i startposisjonen. **Hva er banens helningsvinkel her (i absoluttverdi, og målt i grader)?**

Vi har $dy/dx = \tan\beta$. Her er $dy/dx = (y_0/x_0)(4\xi^3 - 4\xi)$. I startposisjonen: $dy/dx = 0.020 \cdot (-32 + 8) = -0.48$. Dermed er helningsvinkelen $|\beta| = 26°$.

E) 26

6) Hva er kulas maksimale fart?

Banens to bunnpunkter (og lokalt topp-punkt ved $x = 0$) lokaliseres ved å sette $dy/dx = 0$, dvs

$$dy/dx = (y_0/x_0)(4\xi^3 - 4\xi) = 0.$$

De tre løsningene er $\xi = 0$ og $\xi = \pm 1$, dvs $x = 0$ og $x = \pm x_0$. Farten er maksimal i de to bunnpunktene $\xi = \pm 1$. Energibevarelse gir, med en høydeforskjell $h = 0.18$ m, en maksfart

$$v = \sqrt{10gh/7} = 1.6 \text{ m/s}.$$

C) 1.6 m/s

7) Hva er kulas akselerasjon i $x = 0$?

I $x = 0$ er $dy/dx = 0$ slik at baneakselerasjonen er null og total akselerasjon er lik sentripetalakselerasjonen. Invers krumningsradius er her ganske enkelt lik $d^2y/dx^2 = (4y_0/x_0^2)(3\xi^2 - 1)$ som med $\xi = 0$ blir -0.08 pr meter. (Minustegnet tilsvarer at banen krummer nedover.) Her er $y = 0$ slik at høyden er 0.16 m lavere enn i startposisjonen. Dermed:

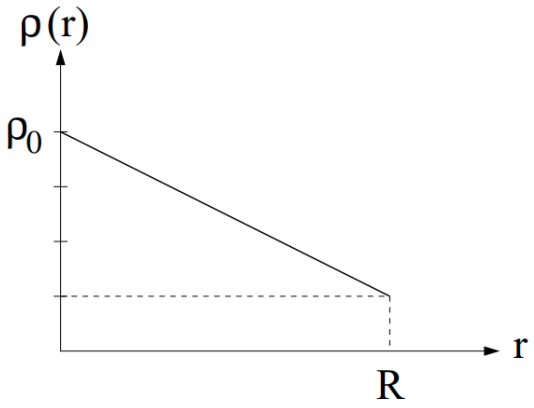
$$a = v^2 y'' = (10 \cdot 9.81 \cdot 0.16/7) \cdot 0.08 = 0.18 \text{ m/s}^2.$$

F) 0.18 m/s^2

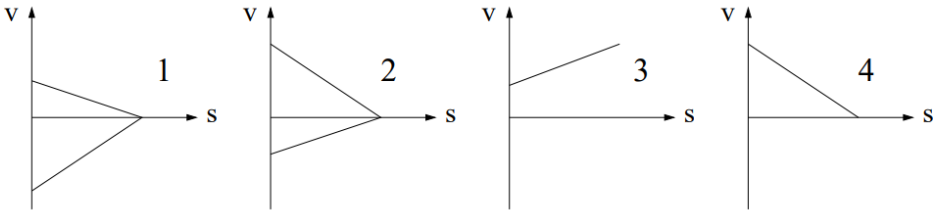
8) Figuren over viser en enkel lineær modell for jordklodens massetetthet ρ som funksjon av avstanden r fra jordas sentrum. Vi antar at jordkloden er ei hard kule med radius R. Med denne modellen kan jordklodens masse skrives på formen $M = \beta\rho_0 R^3$. **Hva blir tallverdien av β?**
Oppgitt: $dV = 4\pi r^2 dr$, $dm = \rho dV$

Grafen tilsvarer $\rho(r) = \rho_0(1 - 3r/4R)$. Dermed:

$$M = \int dm = 4\pi\rho_0 \int_0^R r^2(1 - 3r/4R)\,dr = \frac{7\pi}{12}\rho_0 R^3.$$



C) $7\pi/12$



9) En kloss sendes oppover et skråplan. Det er friksjon mellom klossen og underlaget. Hvilken eller hvilke av figurene over viser en mulig graf for klossens hastighet v? (s angir klossens posisjon på skråplanet, og v og s er begge positive i retning oppover skråplanet.)

Det er to mulige utfall: Klossen glir oppover med avtagende fart og stopper. Statisk friksjon er tilstrekkelig til at den ikke glir ned igjen. (Graf 4.) Alternativt er statisk friksjon så liten at klossen glir ned igjen med økende fart. (Graf 2.) Pga kinetisk friksjonsarbeid har klossen mistet noe mekanisk energi slik at farten er mindre ved bunnen av skråplanet enn den var ved samme sted på vei opp.

F) Nr 2 og 4



10) Anta at klossene med masse m og $2m$ kolliderer fullstendig uelastisk. **Hvor stor andel av opprinnelig kinetisk energi er bevart etter kollisjonen?**

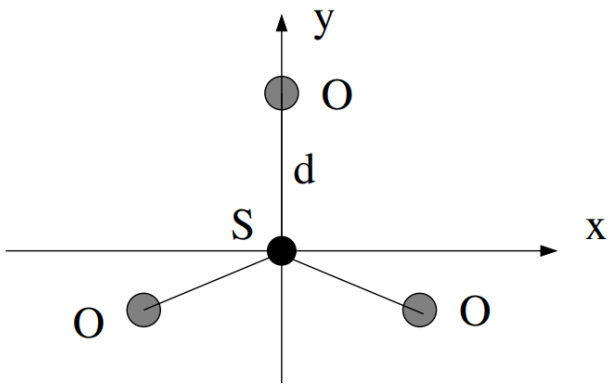
Impulsbevarelse gir $mv_0 = 3mv_1$ slik at felles fart etter kollisjonen er $v_1 = v_0/3$. Kinetisk energi før: $K_0 = mv_0^2/2$. Kinetisk energi etter: $K_1 = 3m(v_0/3)^2/2 = mv_0^2/6$. Andel bevart: $K_1/K_0 = 1/3$.

A) 1/3

11) Anta nå at klossene med masse m og $2m$ kolliderer fullstendig elastisk. **Hvor stor andel av opprinnelig kinetisk energi har klossen med masse m etter kollisjonen?**

Både impuls og kinetisk energi er bevart. Det gir to ligninger med løsning $v_1 = -v_0/3$ og $v_2 = 2v_0/3$ for fart etter kollisjonen for hhv m og $2m$. Andel kinetisk energi i klossen med masse m: $K_1/K_0 = (m(-v_0/3)^2/2)/(mv_0^2/2) = 1/9$.

D) 1/9



Oppgave 12 - 14: Svoveltrioksid, SO_3, er et trigonalt og plant molekyl med S i sentrum. Atomære masser er $16u$ for O og $32u$ for S. Avstanden mellom S og hver av de tre O-atomene er $d = 142$ pm. Vinklene O-S-O er 120°. Anta at molekylet ligger i xy-planet, med S i origo og et av O-atomene på y-aksen. Besvar disse oppgavene i enheten ud^2.

12) Hva er treghetsmomentet I_z mhp z-aksen?

La oss kalle oksygenmassen for $m = 16u$, slik at svovelmassen er $2m$ og hele molekylets masse er $5m$:

$$I_z = 3md^2 = 48ud^2$$

D) 48

13) Hva er treghetsmomentet I_y mhp y-aksen?

$$I_y = 2m(d\cos 30°)^2 = 32u \cdot (\sqrt{3}d/2)^2 = 24ud^2$$

A) 24

14) Hva er treghetsmomentet I_x mhp x-aksen?

$$I_x = md^2 + 2m(d\sin 30^\circ)^2 = md^2 + md^2/2 = 24ud^2$$

A) 24

15) En fallskjermhopper har masse 71 kg og bruker en fallskjerm med masse 14 kg og diameter 11 m. Den resulterende dragkoeffisienten er 1.5. **Hva blir terminalfarten i luft med tetthet 1.23 kg/m^3?**
Oppgitt: Luftmotstanden er $f = 0.5\rho A C_d v_t^2$.

Newtons 1. lov gir $f = (m + M)g$ slik at

$$v_t = \sqrt{8(m + M)g/\rho\pi d^2 C_d} = 3.08 \text{ m/s} = 11 \text{ km/h}.$$

A) 11 km/h

Oppgave 16 - 17: Ei kompakt kule med masse 141 g og diameter 52.5 mm gis et vertikalt støt (oppover) i avstand 13.125 mm fra senterlinjen (som går vertikalt gjennom kulas massesenter). Kraften som virker er konstant lik 150 N og varer i 2.0 ms.

16) Hva er kulas vertikale fart umiddelbart etter støtet?

Newtons 2. lov gir: $F = MV_0/T$, dvs $V_0 = FT/M = 150 \cdot 0.002/0.141 = 2.1$ m/s.

B) 2.1 m/s

17) Hva er kulas vinkelhastighet umiddelbart etter støtet?

Kraften virker i avstand $R/2$ fra senterlinjen, dvs kraftens arm er lik halve radien R. Newtons 2. lov for rotasjon om massesenteret gir: $FR/2 = I_0\omega_0/T$, som med $I_0 = 2MR^2/5$ gir $\omega_0 = 5FT/4MR = 101$ rad/s.

E) 101 rad/s

Oppgave 18 - 20: Et lodd med masse 100 g henger i ei ideell vertikalstilt fjær med fjærkonstant 25 N/m.

18) Hvor mye er fjæra strukket når loddet henger i ro?

Newtons 1. lov gir: $mg = k\Delta y$, dvs $\Delta y = mg/k = 3.9$ cm.

C) 3.9 cm

19) Loddet settes i vertikale svingninger, og vi observerer at dempingen er svak. **Hva er svingetida (perioden) for loddets svingninger?**

Med svak demping er svingetida $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{m/k} = 0.40$ s.

B) 0.40 s

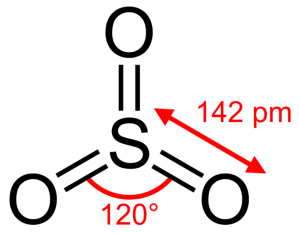
20) Anta at dempingskraften er proporsjonal med loddets fart, $f = -bv$, med dempingsfaktor $b = 44$ g/s. **Hvor lang tid tar det før loddets svingeamplitude er redusert til 25% av startverdien?**

$A(t) = A_0 \exp(-\gamma t)$ med $\gamma = b/2m$. Dermed: $0.25 = \exp(-bt/2m)$, dvs $t = (2m/b)\ln 4 = 6.3$ s.

E) 6.3 s

TFY4125 Fysikk: Kort LF til prøveeksamen Elektrisitet og Magnetisme 2023

Oppgave 1 - 4: En positiv og tre negative punktladninger er plassert i xy-planet, med den positive punktladningen Q i origo og de tre negative punktladningene $-Q/3$ i avstand d fra origo. Dette systemet kan betraktes som en enkel modell for svoveltrioksid, SO_3, med svovelatomet i origo og med S-O bindingslengder $d = 142$ pm. Molekylet er symmetrisk med O-S-O bindingsvinkler 120°. En rimelig tallverdi kan være $Q = e$.



1) Hva er molekylets elektriske dipolmoment, i enheten $e \cdot d$?

Symmetrien i molekylet tilsier at $p = 0$.

A) 0

2) Hva er potensialet på z-aksen, i avstand d fra origo? ($V = 0$ i uendelig avstand fra molekylet.)

$V = e/4\pi\varepsilon_0 d - (3e/3)/4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}d$. Med $d = 142$ pm får jeg $V = 2.97$ V $\simeq 3.0$ V.

E) 3.0 V

3) I hvilken retning peker det elektriske feltet på z-aksen, i posisjon $z = d$?

Bidraget fra ladningen e i positiv z-retning er åpenbart større enn det samlede bidraget fra de tre ladningene $-e/3$ i negativ z-retning.

E) I positiv z-retning.

4) I hvilken retning peker det elektriske feltet på x-aksen, i posisjon $x = 2d$? Her antar vi at det ene O-atomet ligger på x-aksen, i posisjon $x = d$.

Bidraget fra ladningen $-e/3$ (som ligger på x-aksen i $x = d$) i negativ x-retning er en faktor 4/3 større enn bidraget fra ladningen e (som ligger i origo) i positiv x-retning. (Bidraget fra de to andre

ladningene $-e/3$ peker også i negativ x-retning.)

B) I negativ x-retning.

---

5) Ei dipolantenne har lengde $L = 40$ cm. Med antenna langs x-aksen er ladningen pr lengdeenhet

$$\lambda(x,t) = \frac{\lambda_0 x}{L}\cos\omega t \qquad -\frac{L}{2} \le x \le \frac{L}{2}$$

med $\lambda_0 = 40$ nC/cm. **Hva er antennas elektriske dipolmoment ved tidspunktet $t = 0$, målt i enheten nC·m?**

Ved $t = 0$ er det en ladning $dq = (\lambda_0 x/L)\,dx$ mellom x og $x + dx$. Dermed:

$$p = \int dp = \int x\,dq = \frac{\lambda_0}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx = \frac{\lambda_0 L^2}{12}.$$

Med oppgitte tallverdier finner jeg at $p = 53$ nC m.

D) 53

6) Fem punktladninger er plassert i et plan på samme måte som øynene på en terning når du har kastet en femmer. Ladningen i midten er $4e$ mens de fire andre er $-e$. Den korteste avstanden mellom to negative punktladninger er 1.0 nm. **Hva er systemets potensielle energi målt i enheten eV?** Null potensiell energi tilsvarer som vanlig uendelig avstand mellom to punktladninger.

Med $N = 5$ er det $N(N-1)/2 = 10$ ladningspar som bidrar til total potensiell energi: 4 par med avstand 1.0 nm mellom $-e$ og $-e$, 4 par med avstand $1/\sqrt{2}$ nm mellom $-e$ og $4e$ og 2 par med avstand $\sqrt{2}$ nm mellom $-e$ og $-e$. Dette gir $U = -17.2U_0$, der $U_0 = e^2/4\pi\varepsilon_0 a$, som med $a = 1.0$ nm gir $U_0 = 1.44$ eV, og dermed $U = -25$ eV.

A) -25

7) Ei stor metallplate er plassert på tvers i et uniformt ytre elektrisk felt med feltstyrke 55 V/cm. **Hvor mye ladning er indusert pr cm^2 på metallplatas overflater?**

Totalt elektrisk felt inni metallplata er null i elektrostatisk likevekt. Det betyr at det induseres en ladning $\pm\sigma_i$ pr flateenhet på metallplatas overflater som tilsvarer et indusert felt $E_i = E_0 = \sigma_i/\varepsilon_0$, der $E_0 = 55$ V/cm. Dette gir $\sigma_i = \varepsilon_0 E_0 = 4.9 \cdot 10^{-8}$ C/m^2, eller 4.9 pC pr cm^2.

A) 4.9 pC

Oppgave 8-9: En enkel elektrisk dipol består av punktladninger $Q = 3.4$ μC og $-Q$ plassert på x-aksen i hhv $x = d/2$ og $x = -d/2$, med $d = 2.2$ mm. Dipolen befinner seg i et område der potensialet

er $V(x) = -V_0\,(x/\xi)^2$. Her er $V_0 = 30$ V og $\xi = 0.22$ mm.
Oppgitt: $\boldsymbol{E} = -\hat{x}dV(x)/dx$

8) Hva er netto dreiemoment på dipolen?

Det elektriske feltet peker overalt i x-retning. Dipolmomentet peker også i x-retning. Da er $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E} = 0$.

A) Null

9) Hva er netto kraft på dipolen?

Her trenger vi det elektriske feltet: $\boldsymbol{E} = E(x)\hat{x}$ med $E(x) = -dV/dx = 2V_0x/\xi^2$. Da blir begge punktladninger utsatt for en kraft $F_1 = Q \cdot 2V_0 \cdot (d/2)/\xi^2$ i positiv x-retning. Total kraft på dipolen er dermed $F = 2F_1 = 2QV_0d/\xi^2$. Med oppgitte tallverdier fikk jeg $F = 9.3$ N.

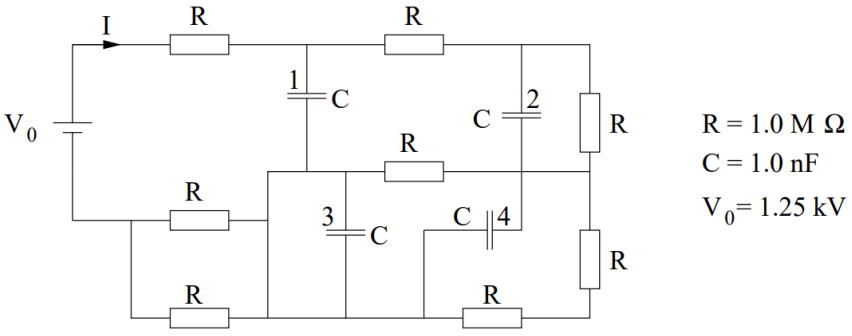
E) 9.3 N

---

10) Fire kapasitanser, hhv 1.00 F, 2.00 F, 3.00 F og 4.00 F, er koblet i serie. **Hva er seriekoblingens totale kapasitans?**

$C = (1/1.00 + 1/2.00 + 1/3.00 + 1/4.00)^{-1}$ F $= 0.48$ F.

B) 0.48 F



11) I kretsen over har spenningskilden vært koblet til så lenge at strømmen I er konstant. **Hvor stor er I?**

Når I er konstant, går det ikke strøm inn mot eller ut av kondensatorene. Da er kretsen i realiteten en seriekobling av 3 motstander R, koblet i serie med en parallellkobling av R og $2R$ (to R i serie), koblet i serie med en parallellkobling av R og R. Førstnevnte parallellkobling har motstand $(1/R + 1/2R)^{-1} = 2R/3$, sistnevnte parallellkobling har motstand $(1/R + 1/R)^{-1} = R/2$. Total

motstand i hele kretsen er da $3R + 2R/3 + R/2 = (18 + 4 + 3)R/6 = 25R/6 = 25/6$ MΩ. Ohms lov gir da $I = 1250 \cdot 6/25 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^{-4}$ A $= 0.3$ mA.

C) 0.3 mA

12) Et ion med masse $79u$, ladning $2e$ og (ved et gitt tidspunkt) hastighet $\boldsymbol{v} = v_0\,\hat{x}$ med $v_0 = 66.5$ km/s befinner seg i et uniformt magnetfelt $\boldsymbol{B} = B_0\,\hat{z}$ med $B_0 = 0.44$ T. **Hva er radien i banen som ionet følger?**

Magnetisk kraft er $F = 2ev_0B_0$, og (sentripetal-)akselerasjonen er v_0^2/r. Newtons 2. lov gir da en baneradius $r = 79uv_0/2eB_0$. Med oppgitte tallverdier er dette 6.2 cm.

F) 6.2 cm

Oppgave 13-14: Ei kvadratisk strømsløyfe der sidekantene har lengde 10 cm og strømstyrken 2.5 A befinner seg i et uniformt magnetfelt med feltstyrke 1.2 T og retning langs y-aksen. Strømsløyfa er orientert slik at flatenormalen peker i x-retning.

13) Hva er netto dreiemoment på strømsløyfa?

Her står flatenormalen, og dermed det magnetiske dipolmomentet, vinkelrett på magnetfeltets retning. Da er dreiemomentet $\tau = IAB = 2.5 \cdot 0.010 \cdot 1.2$ Nm $= 0.030$ Nm $= 30$ N mm.

D) 30 N mm

14) Hva er netto kraft på strømsløyfa?

Her er det parvis like store men motsatt rettede krefter som virker på strømsløyfas fire rette lederbiter, og dermed null nettokraft.

A) Null

---

15) Jordmagnetfeltet i Trondheim har vertikal og horisontal komponent hhv 50.13 og 13.70 μT. **Hvor stor er vinkelen mellom $\boldsymbol{B}$ og vertikalen?**

$\phi = \arctan(13.70/50.13) = 15.3°$.

A) 15.3°

16) I jern har hvert atom et magnetisk dipolmoment som dannes av to parallelle elektronspinn, dvs $m = 2\mu_B$. Her er $\mu_B = e\hbar/2m_e$ det magnetiske dipolmomentet for ett elektronspinn, det såkalte

Bohr-magnetonet, med verdi $9.27 \cdot 10^{-24}$ Am^2. **Hva blir da den maksimale tettheten av magnetisk dipolmoment (dvs: magnetisk dipolmoment pr volumenhet) i jern?**
Oppgitt: Molar masse, jern: 55.9 g/mol. Massetetthet, jern: 7.9 g/cm^3. 1 mol $= 6.02 \cdot 10^{23}$ atomer.

Det er 7.9/55.9 mol jernatomer pr cm^3, dvs $1.413 \cdot 10^5$ mol pr m^3. Hvert jernatom har magnetisk dipolmoment $2\mu_B = 2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24}$ A m^2, slik at totalt dipolmoment pr volumenhet er $1.413 \cdot 10^5 \cdot 6.02 \cdot 10^{23} \cdot 2 \cdot 9.27 \cdot 10^{-24}$ A/m $= 1.6$ MA/m.

F) 1.6 MA/m

Oppgave 17-18: En ideell luftfylt spole har 1200 viklinger, radius 3.0 cm og lengde 12 cm.

17) Hva er spolens induktans?

Magnetfeltet inni en ideell luftfylt spole er $B = \mu_0 nI$, der $n = N/l$ er antall viklinger pr lengdeenhet. Total omsluttet magnetisk fluks er dermed $\Phi = NBA = \mu_0 N^2 \pi r^2 I/l = LI$, slik at spolens induktans er $L = \Phi/I = \mu_0 N^2 \pi r^2/l = 43$ mH.

D) 43 mH

18) Denne spolen roteres med omløpstid 20 ms i et uniformt ytre magnetfelt med feltstyrke 0.75 T. Rotasjonsaksen står normalt på både spolens akse og magnetfeltets retning. **Hva er amplituden til den induserte spenningen i spolen?**

$V_0 = NBA\omega = NB\pi r^2 \cdot 2\pi/T = 799.4$ V $= 0.8$ kV.

F) 0.8 kV

---

19) En kapasitans $C = 2.0$ F med startladning $\pm Q_0$ kobles ved tidspunktet $t = 0$ til en induktans $L = 2.0$ H. **Hvor lang tid tar det før kondensatorplatene har motsatt ladning av startladningen (første gang)?**

Kirchhoffs spenningsregel gir $-L\dot{I} - Q/C = 0$, som med $I = \dot{Q}$ gir ligningen for en enkel harmonisk oscillator, $\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0$, med $\omega_0^2 = 1/LC$. Kondensatorplatene har startladningen med motsatt fortegn etter en halv periode, dvs etter en tid $T/2 = \pi/\omega_0 = \pi\sqrt{LC} = 2\pi = 6.3$ s.

F) 6.3 s

20) En vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \sin \omega t$ med amplitude 20 V kobles til en seriekobling av en motstand $R = 10\ \Omega$, en induktans $L = 1.5$ H og en kapasitans $C = 1.5\ \mu$F. **Hva er amplituden til strømmen i kretsen når den drives på resonans, dvs med $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$?**

Her kan vi benytte oppgitte sammenhenger i formelarket for tvungne svingninger i det analoge

mekaniske dempede svingesystemet. Da følger det at strømamplituden er $I_0(\omega_0) = \omega_0 Q_0(\omega_0) = (\omega_0 V_0/L)/(R\omega_0/L) = V_0/R = 2.0$ A. Her var det ikke nødvendig å kjenne verdiene av L og C. Når svingekretsen drives på resonans, er spenningen over induktansen og kapasitansen like store, men i motfase, slik at påtrykt spenning tilsvarer spenningen over motstanden – som enkelt fastlegges med Ohms lov.

C) 2.0 A