

TFY4125 Fysikk Løsningsforslag til eksamen 17. august 2024

1C) $1000/25.4 = 39.37$.

2D) Middelverdi for $N = 5$ diametermålinger: $\bar{d} = \sum_i d_i / N = 220.2$ mm.

Standardavvik: $\delta_d = \sqrt{\sum_i (d_i - \bar{d})^2 / (N - 1)} = 3.9$ mm $\simeq 4$ mm.

3F) Kun horisontal fartskomponent i banens høyeste punkt, og den er konstant lik $v_x = v_0 \cos \theta = 146 \text{ m/s} \cdot \cos 60^\circ = 73 \text{ m/s}$.

4A) $\omega(20) = 0.30^3 \cdot 20^2 \cdot \exp(-0.30 \cdot 20/3) \text{ rad/s} = 1.46 \text{ rad/s}$.

5F) $d\omega/dt = 2\omega_0^3 t \exp(-\omega_0 t/3) [1 - \omega_0 t/6]$. Innsetting av $\omega_0 = 0.30 \text{ rad/s}$ og $t = 20 \text{ s}$ gir $\dot{\omega} = 0$. Etter 20 sekunder er vinkelfarten med andre ord maksimal.

6A) Total rotert vinkel etter en tid t er

$$\phi(t) = \int_0^t \omega(t) dt = \int_0^{\omega_0 t} x^2 \exp(-x/3) dx = 54 - 3 \exp(-\omega_0 t/3) [(\omega_0 t)^2 + 6\omega_0 t + 18],$$

etter innføring av den dimensjonsløse størrelsen $x = \omega_0 t$ samt bruk av det oppgitte integralet. Etter $t = 120 \text{ s}$ er det tidsavhengige uttrykket i svaret ovenfor neglisjerbart sammenlignet med 54. Heltallsverdien av $\phi(t)/2\pi$ gir oss antall hele runder rotert etter en tid t . Her blir $\phi(t)/2\pi = 54/2\pi = 8.6$, dvs 8 hele runder.

7F) $\tan \beta = dy/dx = -1 + 2x/y_0$, som i startposisjonen $x = 0$ er -1 . Dermed er $|\beta| = \arctan(1) = 45^\circ$.

8C) Bunnpunkt der $dy/dx = 0$, dvs i $x = y_0/2$, og der er $y = 3y_0/4$. Energibevarelse gir $mg(y_0 - y) = 7mv^2/10$, dvs $v = \sqrt{10g(y_0 - y)/7} = \sqrt{10gy_0/28} = 187 \text{ cm/s}$.

9D) Kula snur når den har oppnådd starthøyden y_0 . Banen er en symmetrisk parabel omkring $x = 50 \text{ cm}$, og kula snur i $x = 100 \text{ cm}$.

10B) På 6 timer har jorda rotert en vinkel $2\pi/4$ rad, den ene veien. Dermed må satellitten rotere en vinkel $3 \cdot 2\pi/4 = 3\pi/2$ rad den andre veien på samme tid, for å være rett over stedet ved ekvator den hadde under seg for 6 timer siden. Det er gravitasjonskraften GMm/r^2 som gir satellitten den nødvendige sentripetalakselerasjonen $v^2/r = \omega^2 r$. N2 gir da $GM = \omega^2 r^3$, dvs $r = (GM/\omega^2)^{1/3}$. Satellittens vinkelfart er $\omega = 3\pi/(2 \cdot 6 \cdot 3600) \text{ rad/s}$ som med oppgitte tallverdier for G (i formelarket) og M (i oppgaven) gir $r = 2.03 \cdot 10^7 \text{ m}$.

11F) Friksjonskraft: $f = -\mu N = -\mu mg$. Akselerasjon: $a = f/m = -\mu g$. Tid t brukt fra start til stopp er gitt ved $v(t) = v_0 + at = v_0 - \mu gt = 0$, dvs $t = v_0/\mu g$. Glidd strekning: $x(t) = v_0 t + at^2/2 = v_0^2/2\mu g$ som med $v_0 = 2.35 \text{ m/s}$, $\mu = 0.11$ og $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ blir 2.6 m .

12B) N1 gir $\alpha v_t^2 = mg = \rho g V$, dvs $v_t = \sqrt{\rho g V / \alpha}$. Kulene har samme volum, slik at v_t er proporsjonal med $\sqrt{\rho}$. Dermed: $v_t(\text{Fe})/v_t(\text{Al}) = \sqrt{7.86/2.70} = 1.7$.

13B) $X_{\text{CM}} = Y_{\text{CM}} = (\sum_j m_j x_j) / \sum_j m_j = 7a$ slik at $R_{\text{CM}} = \sqrt{X_{\text{CM}}^2 + Y_{\text{CM}}^2} = \sqrt{98}a = 99 \text{ cm}$.

14E) $I_z = \sum_j m_j r_j^2$. Massenes avstand til z -aksen er $\sqrt{2}a$ for $m_1 = m_0$, $\sqrt{32}a$ for $m_2 = 4m_0$ og $\sqrt{162}a$ for $m_3 = 9m_0$. Dermed: $I_z = 1588m_0 a^2 = 0.16 \text{ kg m}^2$.

15F) $K = 0.5I_0\omega^2 = 0.5 \cdot 0.5MR^2 \cdot (2\pi/T)^2 = 18 \cdot 0.10^2 \cdot \pi^2/0.0050^2 \text{ J} = 71 \text{ kJ}.$

16C) Her er startmassen $m = 83 \text{ kg}$ og $|u| = 569 \text{ m/s}$ slik at med oppgitt "N2" for raketten: $|dm/dt| = (mdv/dt + mg)/|u| = 6.14mg/|u| = 8.79 \text{ kg/s}$. (Her er absoluttverditegn satt på både dm/dt og u siden begge strengt tatt opptrer som negative størrelser når raketts bevegelsesligning utledes med utgangspunkt i impulsbevarelse.)

17F) N2 gir $MV = F\tau$, dvs $V = F\tau/M$. N2 for rotasjon om CM gir $F(R/2)\tau = I_0\omega$, der $I_0 = MR^2/2$. Dvs $\omega = F\tau/MR$. Translasjonsenergi: $K_{\text{trans}} = MV^2/2 = F^2\tau^2/2M$. Rotasjonsenergi: $K_{\text{rot}} = I_0\omega^2/2 = F^2\tau^2/4M$. Dvs, $K_{\text{trans}}/K_{\text{rot}} = 2$.

18C) Total mekanisk energi er bevart. Da er $mv_0^2/2 + kx_0^2/2 = kx_{\text{max}}^2/2$, dvs $x_{\text{max}} = \sqrt{x_0^2 + mv_0^2/k}$, som med $x_0 = 0.027 \text{ m}$, $m = 0.050 \text{ kg}$, $v_0 = 0.27 \text{ m/s}$ og $k = 5.0 \text{ N/m}$ blir 0.038 m , dvs 3.8 cm .

19B) Tiden t er gitt ved $\exp(-\gamma t) = 1/4$, med $\gamma = b/2m$. Dermed: $t = (2m/b) \ln 4 = (2 \cdot 50/2.5) \cdot 1.386 \text{ s} = 55 \text{ s}$.

20A) Avstanden fra CM til aksen A er $d = R$. Da er, med Steiners sats og $I_0 = MR^2/2$, $I_A = I_0 + MR^2 = 3MR^2/2$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{I_A/Mgd} = \sqrt{6\pi^2 R/g}$ som med $R = 0.15 \text{ m}$ blir $T = 0.95 \text{ s}$.

21D) Med $Q = 3.00 \text{ nC}$ og $d = 2.0 \text{ mm}$: $E = 2 \cdot (Q/4\pi\epsilon_0 d^2) = 13.5 \text{ MV/m}$.

22E) N2 gir $a = F/m = (Q^2/4\pi\epsilon_0 m)(1/d_1^2 - 1/d_2^2)$ som med $d_1 = 2.00 \text{ mm}$, $d_2 = 6.00 \text{ mm}$ og $m = 2.00 \text{ g}$ blir 9.0 m/s^2 .

23A) Med $\lambda = Q/L$:

$$\begin{aligned}\delta V &= V(2L) - V(3L) \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \left[\frac{dx}{2L-x} - \frac{dx}{3L-x} \right] \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln(4/3) \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-3} \cdot \ln(4/3) \\ &= 2.6 \text{ MV}\end{aligned}$$

24D) $p = 0$, f eks av symmetrigrunner.

25A) I punktet $(a, 0)$: $V = (Q/4\pi\epsilon_0 a) \cdot (4 - 2 - 2/\sqrt{5}) = 9950 \text{ V} \simeq 10 \text{ kV}$.

26E) Vi summerer opp U_{ij} for de 10 unike ladningsparene: $U = (Q^2/4\pi\epsilon_0 a) \cdot (4/2 - 16/\sqrt{2} + 1/\sqrt{2}) = -7.7 \cdot 10^{-5} \text{ J} = -77 \text{ } \mu\text{J}$.

27E) I det aktuelle området bidrar alle tre plan med feltbidrag i samme retning, hhv $\sigma/2\epsilon_0$, $2\sigma/2\epsilon_0$ og $3\sigma/2\epsilon_0$. Total feltstyrke er dermed $3\sigma/\epsilon_0$.

28B) Med oppgitte regler (formelarket) for parallell- og seriekobling av kapasitanser: $C = [(1/3.4 + 1/3.4)^{-1} + 5.3] \text{ nF} = 7.0 \text{ nF}$.

29F) Den dielektriske kula polariseres i feltet fra det positivt ladde ionet i sentrum. Det induerte feltet er motsatt rettet feltet fra ionet, slik at det totale elektriske feltet blir en faktor $1/\epsilon_r$ svakere enn om dielek-

trikumet ikke var til stede: $E = Q/4\pi\epsilon_r\epsilon_0 d^2$ som med $Q = 2e$, $\epsilon_r = 4.45$ og $d = 30$ nm blir $E = 0.72$ MV/m.

30C) Total motstand er $(1/25 + 1/35 + 1/45)^{-1} \Omega = 11.014 \Omega$. Da blir total strøm $I = 18/11.014$ A = 1.6 A.

31A) $P = VI = V^2/R = 18^2/45$ W = 7.2 W.

32D) Farten v med kinetisk energi $K = 150$ keV: $v = \sqrt{2K/m_p} = \sqrt{(2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 150000)/(1.67 \cdot 10^{-27})}$ m/s = $5.3612 \cdot 10^6$ m/s. Newtons 2. lov, med kraft $F = evB$ og sentripetalakselerasjon v^2/r , gir deretter baneradius $r = m_p v / eB = (1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 5.3612 \cdot 10^6) / (1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.5)$ m = 0.037 m = 37 mm.

33C) $B = \mu_0 I / 2R = 63$ μ T.

34B) $m = IA = I\pi R^2 = 0.31$ Am².

35E) $B = \mu_0 (N/l)I = 40$ mT.

36D) $L = N^2 \mu_0 A / l = 3200^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 32 \cdot 10^{-4} / 0.32$ H = 0.13 H.

37E) $\langle P \rangle = \langle V(t)I(t) \rangle$ med $V(t) = V_0 \sin \omega t$ og $I(t) = V(t)/R = (V_0/R) \sin \omega t$. Dermed: $\langle P \rangle = (V_0^2/R) \langle \sin^2 \omega t \rangle = V_0^2/2R = 18$ W.
Her kunne vi uten videre sette $\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$ fordi åpenbart er $\langle \sin^2 \omega t \rangle = \langle \cos^2 \omega t \rangle$ og $\langle \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t \rangle = \langle 1 \rangle = 1$.

38B) K2: $V_0 \sin \omega t = Q(t)/C$ slik at $I(t) = dQ/dt = V_0 \omega C \cos \omega t$ med amplitude $V_0 \omega C = 1.3$ A.

39A) For det analoge mekaniske svingesystemet er egen(-vinkel-)frekvensen $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. I svingekretsen er $1/C$ analog til fjærkonstanten k mens L er analog til massen m . Dermed vil strøm og ladning i RLC -kretsen svinge med frekvens $f = \omega_0/2\pi = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1.6$ Hz.

40E) Tiden t er gitt ved $\exp(-\gamma t) = 1/4$, med $\gamma = R/2L$. Dermed: $t = (2L/R) \ln 4 = 55$ s.