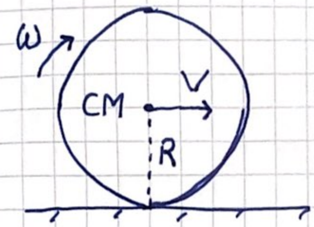
# Ren rulling [OS1 11.1]





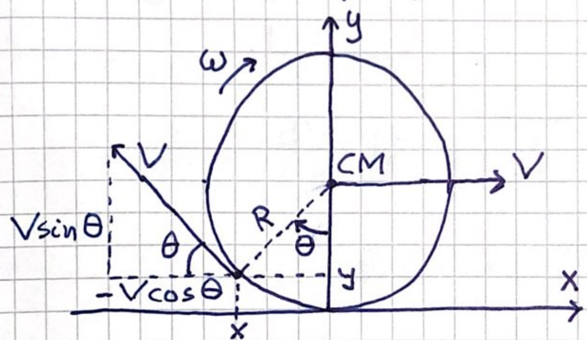

For hel omdreining: $V = \frac{2\pi R}{T}$ ; $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow \underline{V = \omega R}$ Rullebetingelsen

$$K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}\cdot cMR^2\cdot\frac{V^2}{R^2} = \underline{\frac{1}{2}(1+c)MV^2}$$

Farten ute på periferien:

$\omega = \dot{\theta} = \frac{V}{R} \Rightarrow V = R\dot{\theta}$



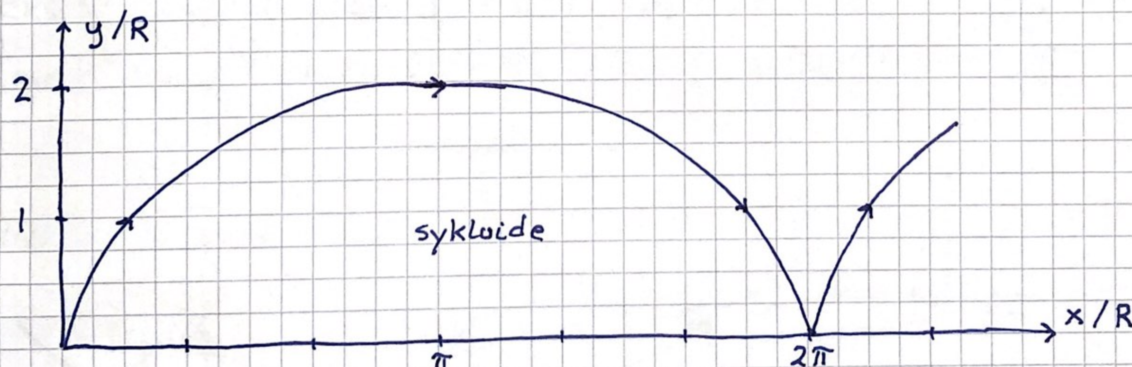

Fra figuren:

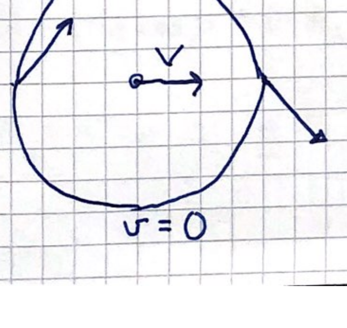
$v_x = V - V\cos\theta$

$v_y = V\sin\theta$

Banen til punkt på periferien; velger $x = y = 0$ for $\theta = 0$:

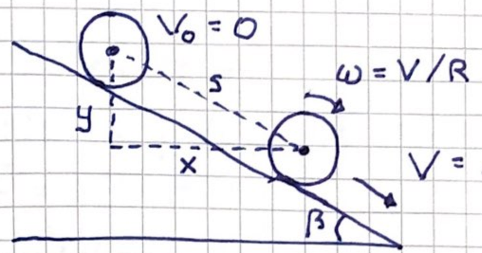
$x(\theta) = R\theta - R\sin\theta$ ; $y(\theta) = R - R\cos\theta$




Kontaktpunktet er i ro, hjulet glir ikke.

Eks: Ren rulling på skråplan 




$I_0 = cMR^2$

$V = ds/dt$, $\quad V_y = dy/dt = V \sin\beta$

Bestem $V$, $A$, $f$ og max $\beta$ som gir ren rulling

Løsning: Statisk $f$ $\Rightarrow$ Mek. energi bevart

$$\Rightarrow Mgy = \frac{1+c}{2} MV^2 \Rightarrow \underline{V(y) = \sqrt{\frac{2gy}{1+c}}}$$

$$A = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dy}\frac{dy}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{1+c}} \cdot \frac{1}{2} y^{-1/2} \cdot \sqrt{\frac{2gy}{1+c}} \sin\beta = \underline{\frac{g \sin\beta}{1+c}}$$

N2: $Mg\sin\beta - f = MA \Rightarrow \underline{f = \frac{c}{1+c} Mg \sin\beta}$

$f \leq \mu_s N$ ; $\underline{N = Mg\cos\beta}$

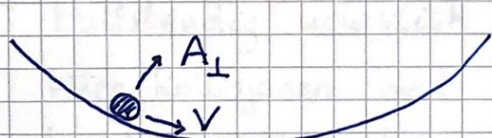
$$\Rightarrow \frac{c}{1+c} Mg \sin\beta \leq \mu_s Mg\cos\beta \Rightarrow \underline{\tan\beta \leq \mu_s \cdot \frac{1+c}{c}}$$

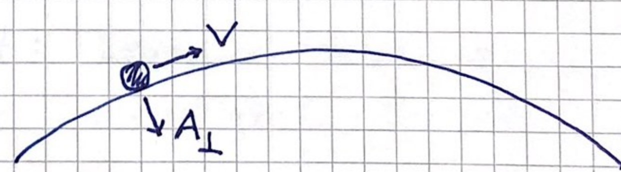
Eks: Kompakt kule ($c = 2/5$) ; $\mu_s = 1/3$. Hva er $\beta_{max}$?

Løsn: $\beta_{max} = \arctan\{(1+2/5)/(3\cdot 2/5)\} = \arctan(7/6) = \underline{\underline{49^\circ}}$

---

Rulling på krum bane:




$N - Mg\cos\beta = MA_\perp$ $\qquad$ $Mg\cos\beta - N = MA_\perp$

$\Rightarrow N = Mg\cos\beta + MA_\perp$ $\qquad$ $\Rightarrow N = Mg\cos\beta - MA_\perp$

$A_\perp = V^2/\rho$ ; $\rho$ = krumningsradien (se s. 6)

# Impuls. Kollisjoner. Rakettprinsipp [OS1 9]



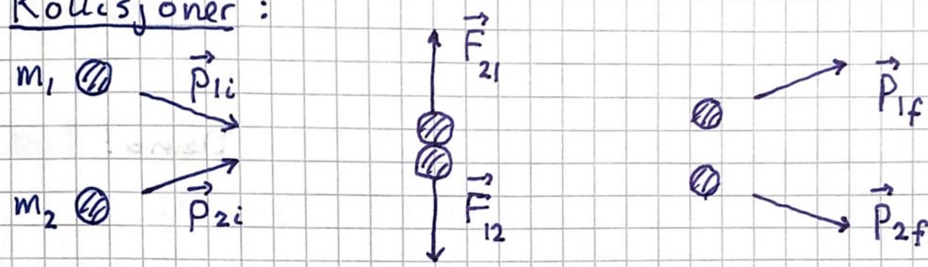
N2 for masse m: $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

Massens <u>impuls</u>: $\vec{p} = m\vec{v}$ ; $[p] = kg \cdot m/s$

$\Rightarrow \vec{F} = d\vec{p}/dt$

Impulsbevarelse: Hvis $\vec{F} = 0$ er $\vec{p}$ bevart

<u>Kollisjoner</u>:




$N3 \Rightarrow \vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0 \xrightarrow{N2} d\vec{p}_1/dt + d\vec{p}_2/dt = 0$

$\Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ er konstant dersom ytre krefter kan neglisjeres i kollisjonen (typisk kortvarig)

Kinetisk energi $(K = \sum_i K_i)$ kan gå tapt pga friksjon og deformasjon.

- Elastisk støt: $\Delta K = 0$
- Uelastisk støt: $\Delta K < 0$
- Fullstendig uelastisk støt: Legemene henger sammen etter kollisjonen med felles slutthastighet. Da er $|\Delta K|$ maksimal.

Vi ser kun på et <u>sentralt støt</u>, dvs kollisjon i 1D:

Før: $m \; \bullet \longrightarrow v_i \qquad V_i \longleftarrow \bullet \; M \qquad \overset{-}{\longleftrightarrow}\overset{+}{}$

Etter: $v_f \longleftarrow \bullet \, m \qquad M \, \bullet \longrightarrow V_f$

$\Delta p = 0 \quad : \quad m v_i + M V_i = m v_f + M V_f \qquad (1)$

Hvis fullstendig uelastisk : $v_f = V_f = \dfrac{m v_i + M V_i}{m+M}$

Elastisk : $\frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} M V_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} M V_f^2 \qquad (2)$

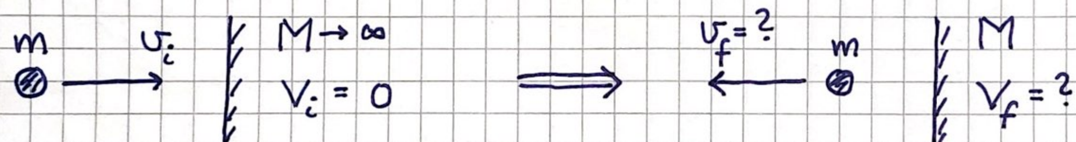
Løsning av (1) og (2) mhp slutthastighetene gir :

$$v_f = \frac{M}{m+M}\left(2V_i + v_i \cdot \frac{m-M}{M}\right) \quad ; \quad V_f = \frac{m}{M+m}\left(2v_i + V_i \cdot \frac{M-m}{m}\right)$$

Eks 1 : $M = m$, $V_i = 0$ (Newtons vugge)

Da er $v_f = 0$ og $V_f = v_i$

Eks 2 : Ball mot vegg




Løsn 2 :

$$v_f = \frac{M}{m+M} \cdot v_i \cdot \frac{m-M}{M} = \underline{\underline{-v_i}} \quad ; \quad V_f = \frac{2m}{M+m} \cdot v_i = \underline{\underline{0}}$$

Impulsbevarelse :

$$\underline{m v_i} = m v_f + M V_f = -m v_i + \frac{2m v_i}{M+m} \cdot M = -m v_i + 2m v_i = \underline{m v_i}$$

---

Kraftstøt (eng: impulse) :

$$\vec{F} = d\vec{p}/dt \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt \Rightarrow \Delta \vec{p} = \int d\vec{p} = \int \vec{F}(t)\, dt$$