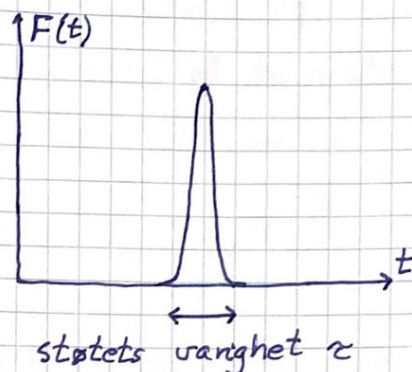
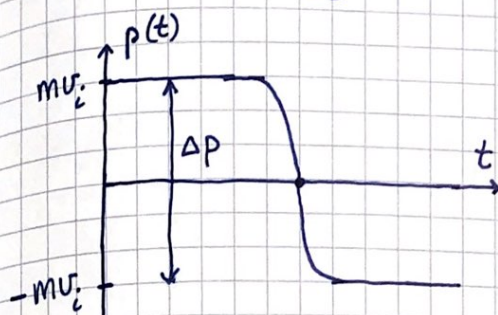


Boll-mot-vegg-forsøket:

(28)



Midlere akselerasjon i støtet:

Anta $u_i = 10 \text{ m/s}$, $u_f = -10 \text{ m/s}$ og $\tau \approx 2 \text{ ms}$

$$\Rightarrow \langle a \rangle = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m/s}}{0.002 \text{ s}} = 10^4 \text{ m/s}^2 \gg g$$

$\Rightarrow$ Helt OK å neglisjere ytre kraft (mg) i kollisjonsøyeblikket

Rakettprinsippet

$$\leftarrow u \cdot dm \quad \boxed{m} \quad \rightarrow dp = m \cdot du$$

Eksos, dm pr tidsenhet dt , sendes bakover med fart u .

Pga impulsbevarelse øker raketts fart:

$$m \cdot du = u \cdot dm$$

$$N2 \text{ for raketten: } m \frac{du}{dt} = F_{\text{skyr}} \text{ med } F_{\text{skyr}} = u \cdot \frac{dm}{dt}$$

I tyngdefeltet kommer tyngdekraften i tillegg.

$$\text{Ved oppskyting: } m \frac{du}{dt} = u \frac{dm}{dt} - mg$$

Anta $v(0) = 0$, u og g konstante. Multipliser med $\frac{dt}{m}$ og integrer

$$\Rightarrow \int_0^{v(t)} dv = u \int_{m(0)}^{m(t)} \frac{dm}{m} - g \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \underline{v(t)} = u \ln \frac{m(t)}{m(0)} - gt = \underline{|u| \ln \frac{m(0)}{m(t)} - gt} \quad \left[\begin{array}{l} u < 0 \\ m(t) < m(0) \end{array} \right]$$

Rotasjonsdynamikk [051 10]

(29)

Anta først rotasjonsakse med fast orientering.

Beregner tilført effekt på to måter:



$$1) P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v = \underline{F \cdot R \cdot \omega}$$

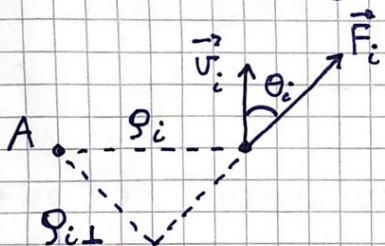
$$2) P = \frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} I_0 \frac{d\omega^2}{dt} = \underline{I_0 \omega \frac{d\omega}{dt}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau = I_0 \dot{\omega}} \quad \text{med } \tau = F \cdot R = \text{kraftens dreiemoment (torque)}$$

Dette er N2 for rotasjon om akse med fast orientering

- Her: Akse gjennom CM. Ikke alltid tilfelle.
- Ligning på samme form som $F = m\dot{v}$

Generelt uttrykk for τ :



$$P = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i = \sum_i F_i v_i \cos \theta_i$$

$$= \sum_i F_i r_i \omega \cos \theta_i = \tau \cdot \omega$$

$$\text{med } \tau = \sum_i F_i r_i \cos \theta_i = \sum_i F_i r_{i\perp}$$

Kraftens arm:

$r_{i\perp}$ = avstanden fra rot.aksen til F_i sin forlengelseslinje

$$\text{Ettersom } P = dW/dt \text{ og } P = \tau \omega = \tau d\phi/dt$$

ser vi at

$$dW = \tau d\phi$$

er arbeidet utført av τ når omløpt vinkel er $d\phi$.

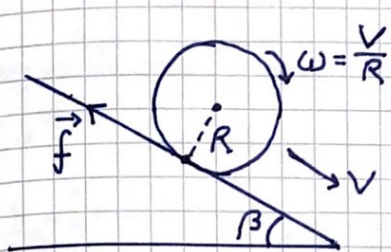
- På samme form som $dW = F \cdot dx$

$$\vec{F} \cdot \vec{v} > 0 \Rightarrow \dot{\omega} > 0$$

$$\vec{F} \cdot \vec{v} < 0 \Rightarrow \dot{\omega} < 0$$

Eks 1 : Ren rulling på skråplan (jf. s. 25)

(30)



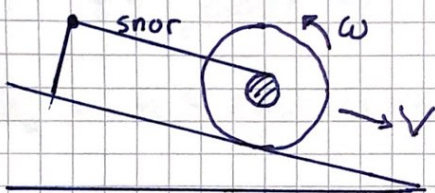
(CM) $N_2: Mg \sin \beta - f = M \dot{V}$

$N_2, \text{ rot. om CM: } \tau = I_0 \dot{\omega} = cMR^2 \cdot \frac{\dot{V}}{R}$

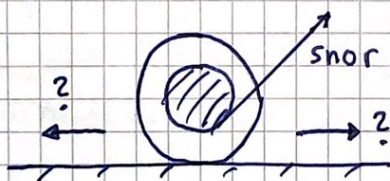
$\vec{f}$ har arm $g_{\perp} = R$; $\vec{N}$ og $M\vec{g}$ har null arm da de begge går gjennom CM

$\Rightarrow \tau = f \cdot R \Rightarrow f \cdot R = cMR \dot{V} \Rightarrow f = cM \dot{V}$, som innsatt i N_2 gir $\dot{V} = g \sin \beta / (1+c)$, og dermed $f = \frac{c}{1+c} Mg \sin \beta$

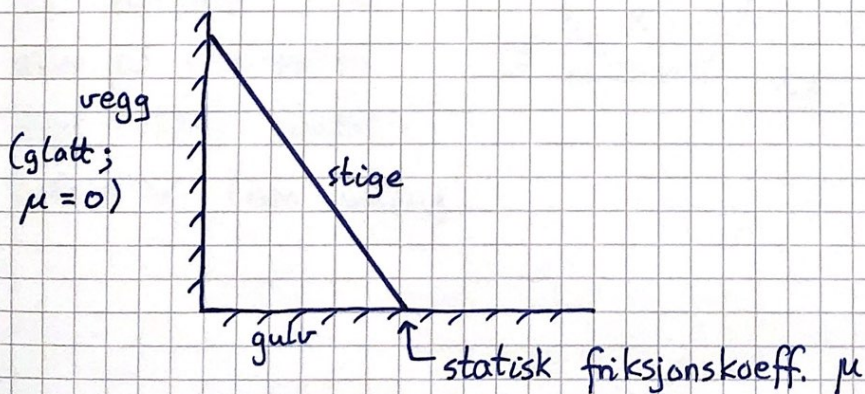
Eks 2 : Snelle baklengs på skråplan (Øving 6)



Eks 3 : Hvilken vei ruller snella ?



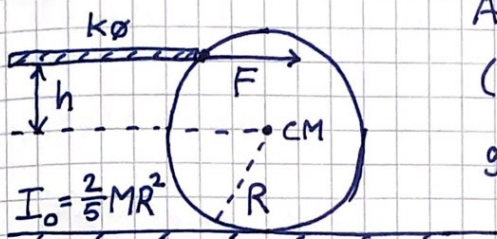
Eks 4 : Vil stigen gli ?



Eks 5 : Snooker

[051 11.1]

(31)



Anta kortvarig horisontalt støt over ($h > 0$) eller under ($h < 0$) senterlinjen gjennom CM. Anta $F \gg f$ (=friksjon) i selve støtet.

Kvalitativt: $h = 0 \Rightarrow \omega_0 = 0$ (start-^{start-}vinkelfart; rett etter støtet);

$h < 0 \Rightarrow \omega_0$ mot klokka; $h > 0 \Rightarrow \omega_0$ med klokka.

Ren rulling dersom $\omega_0 = V_0 / R$ (V_0 = startfart for CM)

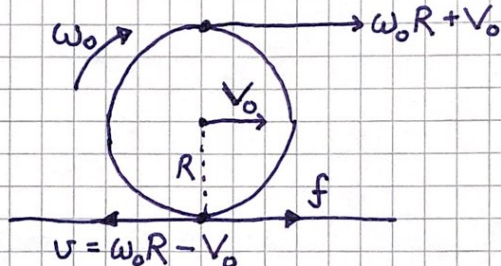
Er dette mulig? Hvis ja, hva må $h = h_0$ være da?

$$\left. \begin{array}{l} \text{N2 for CM: } F = \Delta p / \Delta t \Rightarrow M V_0 = F \Delta t \\ \text{N2 rot. om CM: } \tau = I_0 \Delta \omega / \Delta t \Rightarrow I_0 \omega_0 = F h_0 \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{h_0 = \frac{2}{5} R}}$$

Hvis $h \neq h_0$: $h = 2 \omega_0 R^2 / (5 V_0) \Rightarrow \omega_0 R = \frac{h}{h_0} \cdot V_0$

$h > h_0 \Rightarrow \omega_0 R > V_0$:

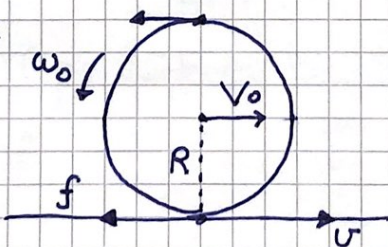
$\tau_f = f \cdot R$ (med $f = \mu_k N = \mu_k Mg$) øker V og reduserer ω inntil $\omega R = V$ (ren rulling)



$h < h_0 \Rightarrow \omega_0 R < V_0$:

τ_f reduserer V og øker ω (her: positiv med klokka) inntil

$\omega R = V$ (ren rulling)



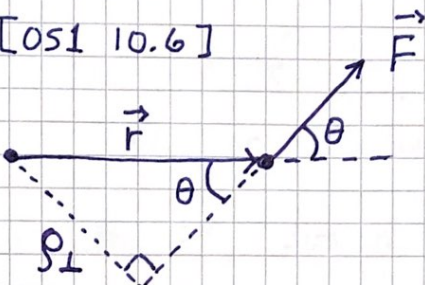
Rotasjonsdynamikk med vektorer

(32)

Nødvendig når $\vec{\omega}$ endrer retning.

Dreiemoment [OS1 10.6]

Referansepunkt;
vi velger origo



$\vec{\tau} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{r} \times \vec{F}$ = kraftens dreiemoment, relativt origo

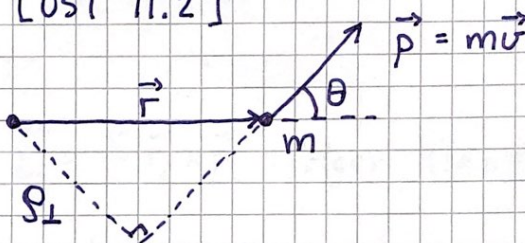
$\vec{\tau} \perp \vec{r}$ og $\vec{F}$ (her: ut av planet, med HHR)

$\tau = |\vec{\tau}| = r F \sin \theta = r_{\perp} F$; $r_{\perp}$ = kraftens arm (som før)

Hvis flere ytre krefter: $\vec{\tau} = \sum_i \vec{\tau}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$

Dreieimpuls [OS1 11.2]

Samme ref. pkt.
som for $\vec{\tau}$



$\vec{L} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{r} \times \vec{p}$ = massens dreieimpuls, relativt origo

$\vec{L} \perp \vec{r}$ og $\vec{p}$

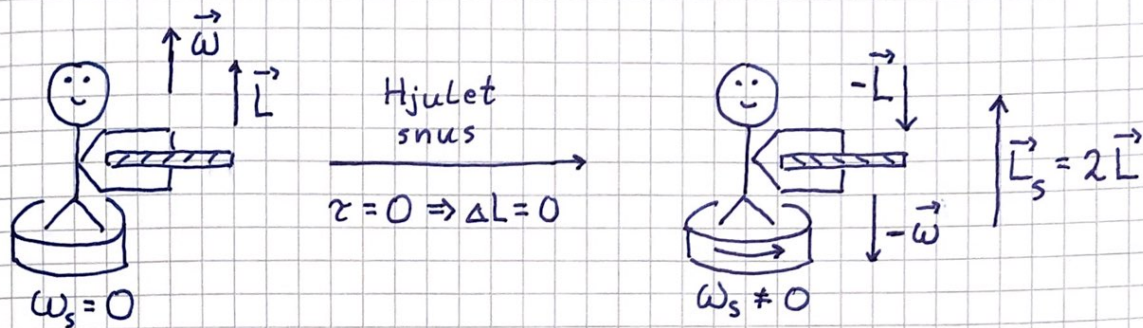
$L = |\vec{L}| = r p \sin \theta = r_{\perp} p$

Hvis flere partikler (partikkelsystem):

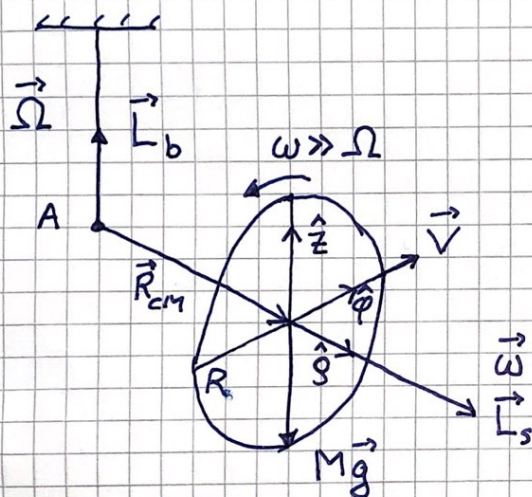
$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$ (evt. $\vec{L} = \int \vec{r} \times \vec{v} dm$)

Eks 1: Dreieimpulsbevarelse på kontorstol

(34)



Eks 2: Presesjon [osl 11.4]



$$I_0 \approx MR^2$$

$$R \approx 0.3 \text{ m}$$

$$R_{cm} \approx 0.2 \text{ m}$$

$$T_\Omega = 2\pi/\Omega \approx 5 \text{ s}$$

$$\text{Bestem } T_\omega = 2\pi/\omega$$

Løsning: Velger A som ref.punkt, og bruker $\vec{\tau} = d\vec{L}/dt$.

- $\vec{\tau} = \vec{R}_{cm} \times M\vec{g} = R_{cm} Mg \hat{\phi}$
- $\omega \gg \Omega \Rightarrow L_s \gg L_b \Rightarrow \vec{L} \approx \vec{L}_s = I_0 \vec{\omega} = MR^2 \omega \hat{g}$
- $\vec{\tau} = \dot{\vec{L}} \Rightarrow R_{cm} Mg \hat{\phi} = MR^2 \omega d\hat{g}/dt$
- $\hat{g}$ roterer om z-aksen med vinkelfart $\Omega \Rightarrow \frac{d\hat{g}}{dt} = \Omega \hat{\phi}$
- Dermed: $R_{cm} Mg = MR^2 \omega \Omega \Rightarrow \omega = R_{cm} g / (R^2 \Omega)$
- $\omega = 2\pi/T_\omega$ og $\Omega = 2\pi/T_\Omega \Rightarrow T_\omega = (2\pi R)^2 / (R_{cm} g T_\Omega)$
- Her er $\pi R \approx 1 \text{ m}$ og $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ slik at $T_\omega \approx 0.4 \text{ s}$;
tilsvarer $f_\omega = 1/T_\omega \approx 2.5$ omløp pr sekund
 $= 150 \text{ rpm}$ (revolutions per minute)