

Materialers elektriske egenskaper

54

Leder / Metall

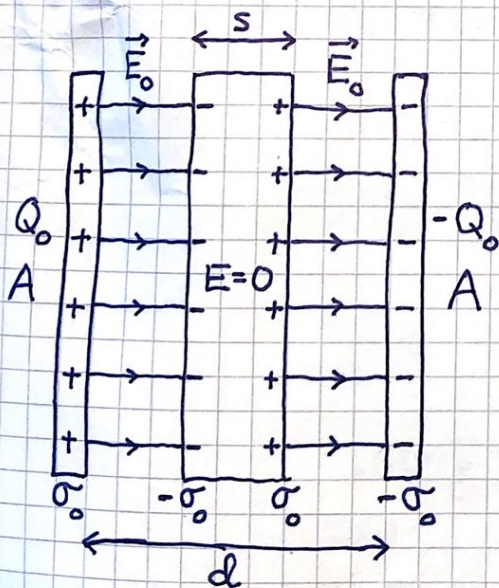
[OS2 7.5, 6.4]

Har frie elektroner (1-3 pr atom) som i felt $\vec{E} \neq 0$ vil settes i bevegelse; $\vec{a} = \vec{F}/m_e = -e\vec{E}/m_e$ (N2).

Dermed, for metall i elektrostatisk likevekt:

- $E=0$ inni et metall
- All nettoladning ligger på overflaten [Gauss' lov; ikke pensum]
- På overflaten: $E_{||} = 0$, $E_{\perp} = \sigma/\epsilon_0$ ($\sigma = Q/A$)
- Er et ekvipotensial, da $\Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = 0$ for enhver forflytning i eller på metallbiten
- Metall med hulrom har $E=0$ inni hulrommet og all nettoladning på ytre overflate. (Ingen elektrostatisk forskjell med og uten hulrommet.)

Ekst 1: Platekondensator delvis fylt med metallskive



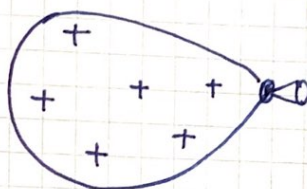
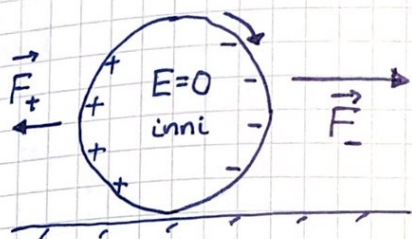
I likevekt er totalt felt $E=0$ inni metallskiva. Da må feltet $\vec{E}_0$ fra $\pm\sigma_0$ på kondensatorplatene indusere like mye ladning $\mp\sigma_0$ på metallskivas overflater. Da blir $E=0$ inni metallskiva mens det forblir $E_0 = \sigma_0/\epsilon_0$ i områdene mellom metallskiva og kondensatorplatene.

Kapasitans:

$$\Delta V = E_0 \cdot (d-s) = \frac{Q_0}{\epsilon_0 A} \cdot (d-s) \Rightarrow C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 A}{d-s}$$

Eks 2: Faradaybur metallboks m /hulrom

(55)



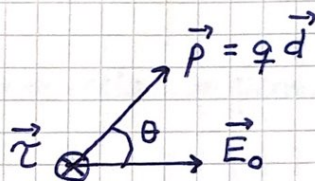
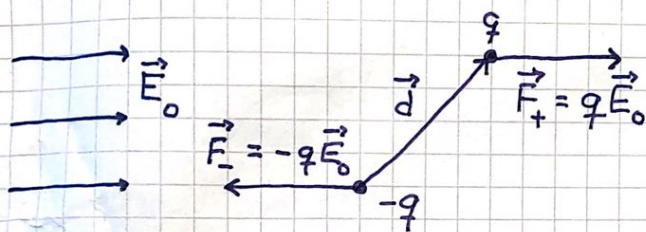
ballong m /ladning

$$E_- > E_+$$

$\Rightarrow$ Netto tiltrekning

Isolator/Dielektrikum [OS2 8.5]

Har ikke frie elektroner. Men har bundet ladning som gir polarisering i et ytre felt $\vec{E}_0$. Molekyler dipol:

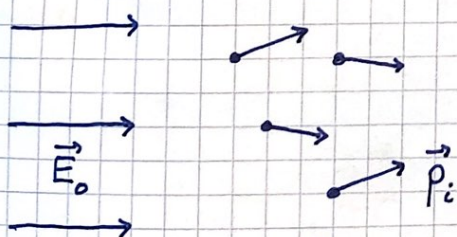


Dreiemoment på dipolen: $\vec{\tau} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$

$$\Rightarrow \tau = 2 \cdot \frac{d}{2} \cdot qE_0 \cdot \sin\theta = p \cdot E_0 \cdot \sin\theta = |\vec{p} \times \vec{E}_0| \Rightarrow \boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}_0}$$

Pot.energi: $U = -\int \tau d\theta = -pE_0 \cos\theta \Rightarrow \boxed{U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0}$

$\Rightarrow$ Dipolene rettes inn langs det ytre feltet:



polarisering $\stackrel{\text{def}}{=}$ dipolmoment pr
volumenhet

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{P}_i}{V}; \quad [P] = \text{C/m}^2$$

Eks: Hva er max P i vann?

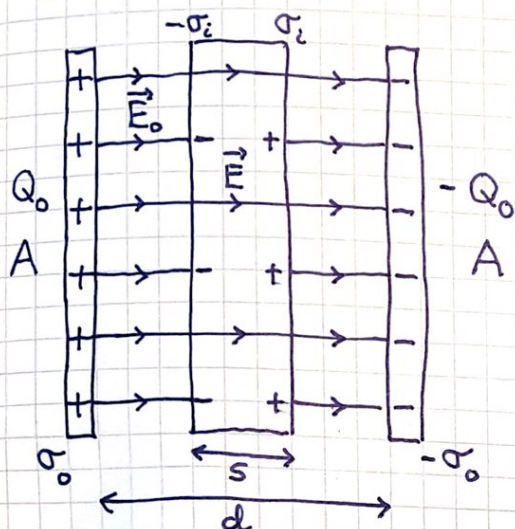
Løsning: 18 g/mol , 10^6 g/m^3 , $6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ og $p \approx 3 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$ (s.49)

$$\Rightarrow P_{\text{max}} \approx 0.1 \text{ C/m}^2$$

Nettoeffekt for isolator i ytre felt $\vec{E}_0$:

(56)

Indusert ladningstetthet $\pm \sigma_i$ på overflaten og svekket felt inni isolatoren.



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$$

$$E = E_0 - E_i < E_0$$

$$E_0 = \sigma_0 / \epsilon_0$$

$$E_i = \sigma_i / \epsilon_0$$

Antar lineær respons:

E_i prop. med E_0 , og dermed

$E \parallel E_0$

Tallfestes med $\epsilon_r = E_0 / E$ = isolatorens relative permittivitet.

Kapasitans:

$$\Delta V = E_0 \cdot (d-s) + E \cdot s = E_0 \cdot (d-s) + \frac{E_0}{\epsilon_r} \cdot s = Q_0 \left[\frac{d-s}{\epsilon_0 A} + \frac{s}{\epsilon_r \epsilon_0 A} \right]$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \epsilon_0 A \cdot \left[d-s + \frac{s}{\epsilon_r} \right]^{-1}$$

Hvis isolator i hele volumet: $s=d \Rightarrow C = \epsilon_r \epsilon_0 A / d$

dvs en faktor $\epsilon_r > 1$ større enn med luft (vakuum).

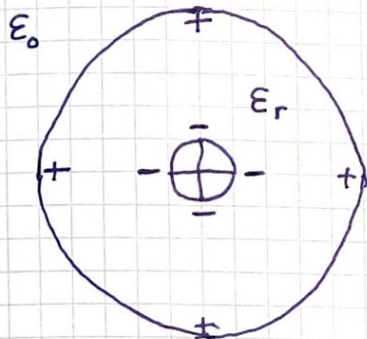
Isolatorens permittivitet: $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \Rightarrow C = \epsilon A / d$

Noen tallverdier:

	vakuum	tørr luft	plast	rent vann	perfekt metall
ϵ_r	1	1.00054	2-6	80	∞

Felt omkring et ion inni en isolator:

(57)



$$E = E_0 - E_i = E_0 / \epsilon_r$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

Utenfor isolatoren: $E = E_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Elektromagnetiske bølger og lysfarten i en isolator:



$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t), \quad \vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$k = 2\pi/\lambda, \quad \omega = 2\pi f, \quad v = \lambda \cdot f$$

$$\vec{E} \perp \vec{v}, \quad \vec{B} \perp \vec{v}, \quad \vec{E} \perp \vec{B}$$

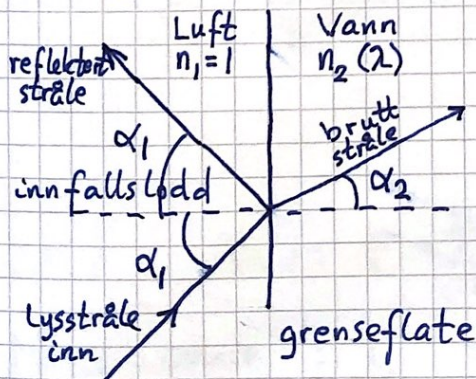
$$v = c/n; \quad n(\lambda) = \sqrt{\epsilon_r(\lambda)} = \text{isolatorens brytningsindeks}$$

Synlig lys: $\lambda = 400 - 700 \text{ nm}$

$$n(\lambda) \approx 1.3 \text{ for vann}$$

$$\Rightarrow v = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} / 1.3 \approx 2.3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Regnbuen:



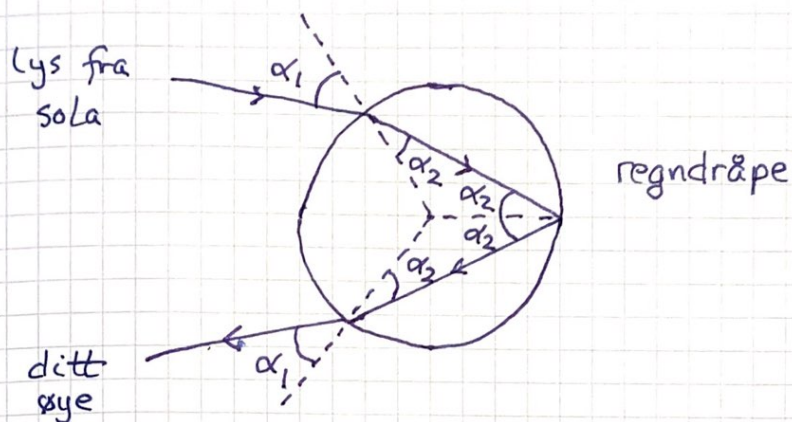
Reflektert stråle: Samme vinkel som innkommende stråle.

Snells lov for brytt stråle:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

n_2 varierer fra 1.345 for

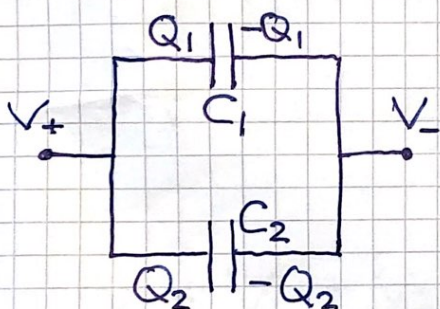
$\lambda = 400 \text{ nm}$ (fiolett) til 1.331 for $\lambda = 700 \text{ nm}$ (rødt)



Minste n_2 -verdi gir største $\alpha_2 \Rightarrow$ Rødt brytes minst og fiolett brytes mest. $\Rightarrow$ Regnbue !!

Kobling av kapasitanser [OS2 8.2]

Parallellkobling:



Lik spenning over C_1 og C_2 :

$$V = V_+ - V_- = Q_1/C_1 = Q_2/C_2$$

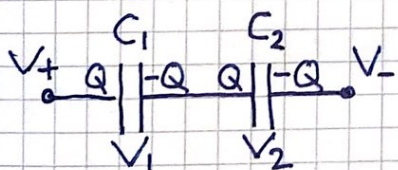
Total ladning på C_1 og C_2 :

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 V + C_2 V$$

$\Rightarrow$ Total kapasitans:

$$C = Q/V = C_1 + C_2$$

Seriekobling:



Lik ladning på C_1 og C_2 :

$$Q = C_1 V_1 = C_2 V_2$$

Total spenning over C_1 og C_2 :

$$V = V_+ - V_- = V_1 + V_2 = Q/C_1 + Q/C_2$$

$\Rightarrow$ Total kapasitans:

$$\frac{1}{C} = \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

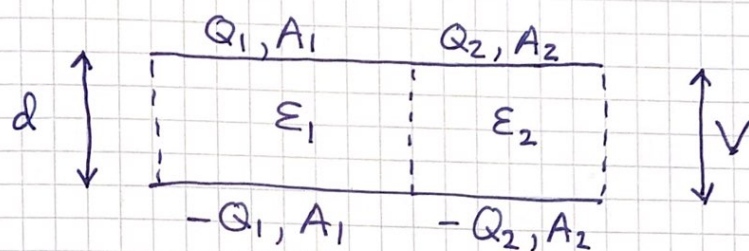
$$N \text{ i parallell: } C = \sum_{j=1}^N C_j$$

$$N \text{ i serie: } C^{-1} = \sum_{j=1}^N C_j^{-1}$$

Kondensator fylt med to ulike dielektrika:

(59)

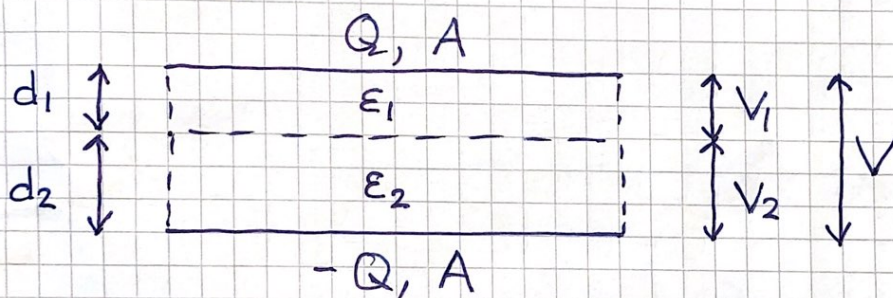
"Parallellkobling":



$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_1 A_1}{d} + \frac{\epsilon_2 A_2}{d}$$

"Seriekobling":



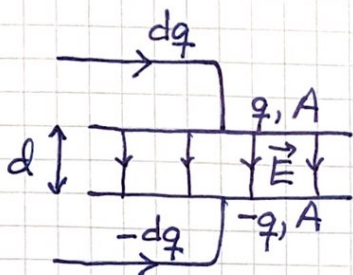
$$V = V_1 + V_2$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\epsilon_1 A} + \frac{d_2}{\epsilon_2 A}$$

Energi i $\vec{E}$ -felt [OS2 8.3]

(60)

Vi regner ut arbeidet som kreves for å lade opp en kondensator, og dermed finner vi energien som er lagret i $\vec{E}$ -feltet mellom platene.



Spennning mellom platene med ladning $\pm q$: $v(q) = q/C$
Økning fra $\pm q$ til $\pm(q+dq)$ øker energien med

$$dU = v(q) \cdot dq = q \cdot dq / C$$

$\Rightarrow$ Total energi ved opplading fra $q=0$ til $q=Q$:

$$U = \int dU = \int_0^Q q dq / C = Q^2 / (2C) = \frac{1}{2} C V^2$$

Her er $C = \epsilon_0 A / d$ og $V = E \cdot d$ slik at

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot (E \cdot d)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \cdot (A \cdot d)$$

Her er $A \cdot d$ volumet mellom platene, dvs der $\vec{E} \neq 0$.

Dermed :

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \text{energi pr volumenhet i } \vec{E}\text{-feltet}$$

(Gjelder generelt.)

Eks: Med $V = 1.0 \text{ kV}$ og ønske om å lagre 100 f pr m^2 kondensatorplateareal, hva må plateavstanden være?
(Anta luft mellom platene.)

$$\text{Løsn: } U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} V^2 \Rightarrow d = \frac{\epsilon_0 V^2 A}{2U} = \frac{\epsilon_0 V^2 / 2}{U/A}$$

$$\Rightarrow d = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 / 2}{100} \text{ m} = 4.4 \cdot 10^{-8} \text{ m} = \underline{\underline{44 \text{ nm}}}$$