

Elektrisk strøm

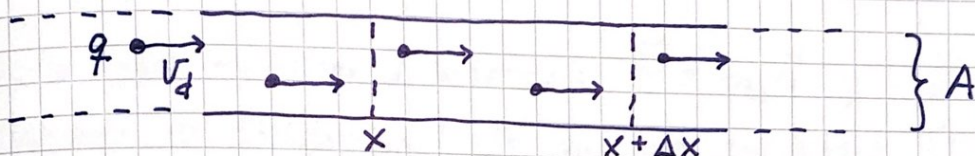
[OS2 9, 10]

(61)

Strøm. Strømtetthet

[OS2 9.1, 9.2]

Anta leder med tverrsnitt A og n frie ladninger q pr volumenhet med midlere driftsfart v_d langs lederen:



strøm(-styrke) $\stackrel{\text{def}}{=}$ mengden ladning som passerer et tverrsnitt av lederen pr tidsenhet

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{dQ}{dt} ; [I] = \frac{C}{s} = A \text{ (ampere)}$$

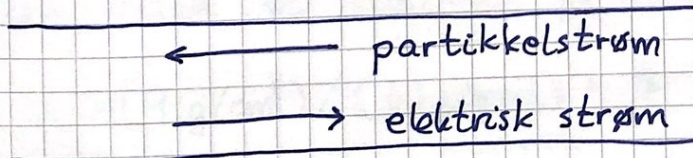
i løpet av tiden $\Delta t = \Delta x / v_d$ passerer all fri ladning $\Delta Q = q n A \Delta x$ i volumet $A \Delta x$ tverrsnittet ved $x + \Delta x$

$$\Rightarrow I = q n A \Delta x / (\Delta x / v_d) = n q v_d A$$

strømtetthet $\stackrel{\text{def}}{=}$ strøm pr flateenhet

$$j = I/A = n q v_d \Rightarrow \vec{j} = n q \vec{v}_d ; [\vec{j}] = A/m^2$$

$$\text{Metall: } q = -e \Rightarrow \vec{j} = -n e \vec{v}_d$$

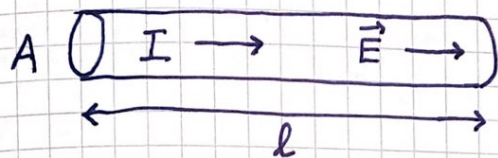


Ohms Lov

[OS2 9.2-9.4]

(62)

Anta spenning V over leder med lengde l , tverrsnitt A og strøm I :



$$V = E \cdot l, \quad I = j \cdot A$$

N2 for fritt elektron i lederen: $\vec{F} = m_e \vec{a}$; $\vec{F} = -e\vec{E}$

Kollisjoner $\Rightarrow$ Elektronene får midlere driftsfart $\vec{U}_d = \vec{a} \cdot \tau$,
der τ = midlere tid mellom kollisjoner

$$\Rightarrow \vec{j} = -ne\vec{U}_d = -ne \cdot \left(\frac{-e\vec{E}}{m_e} \right) \cdot \tau = \sigma \cdot \vec{E} \quad [\text{P. Drude, 1900}]$$

der $\sigma = ne^2\tau/m_e$ = materialets elektriske ledningsevne (konduktivitet). Dette er Ohms lov på mikroskopisk form.

$$\text{Makroskopisk: } V = E \cdot l = \frac{j}{\sigma} \cdot l = I \cdot \left(\frac{l}{\sigma A} \right) = R \cdot I$$

Lederens motstand (resistans): $R = l/(\sigma A)$; $[R] = \Omega$ (ohm)

Lederens konduktans: $G = R^{-1}$; $[G] = \Omega^{-1} = S$ (siemens)

Materialets resistivitet: $\rho = \sigma^{-1}$; $[\rho] = \Omega m$; $[\sigma] = S/m$

Kretssymbol:  (evt: )

Eks 1: Kopper (Cu) har molar masse 63 g/mol og massetetthet ca 9 g/cm³. Anta 1 fritt elektron pr Cu-atom og bestem antall frie elektroner pr volumenhet.

$$\text{Løsn 1: } n \approx (9 \text{ g/cm}^3) / (63 \text{ g/mol}) = \frac{1}{7} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3} \approx \underline{10^{29} \text{ pr m}^3}$$

Eks 2: Anta Cu-ledning med $A = 2.5 \text{ mm}^2$ og $I = 1.0 \text{ A}$. Beregn U_d

Løsn 2:

$$U_d = \frac{I}{neA} = \frac{1.0}{10^{29} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2.5 \cdot 10^{-6}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{25 \mu\text{m/s}} \quad (!)$$

Eks 3: Beregn σ for Cu ved romtemperatur. Anta (63) en midlere fri veilengde 2 nm (mellom påfølgende kollisjoner).

Løsn 3: Elektronenes midlere kinetiske energi er $\frac{3}{2}k_B T$, slik at $\frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{3}{2}k_B T \Rightarrow v = \sqrt{3k_B T/m_e} \approx 10^5 \text{ m/s}$ (med $T \approx 300 \text{ K}$)

Dermed: $\tau \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ m} / 10^5 \text{ m/s} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ s}$

Dermed: $\sigma = ne^2 \tau / m_e \approx \underline{5.6 \cdot 10^7 \text{ S/m}}$ ($\approx \sigma_{\text{exp}}^{\text{Cu}} \text{ ved } 300 \text{ K}$)

Motstand og temperatur [OS2 9.3]

Metall: Økt $T \Rightarrow$ økt $v \Rightarrow$ redusert τ , mens n forblir uendret $\Rightarrow \sigma$ avtar; ρ øker

Empirisk: $\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha \cdot (T - T_0)]$

med $\alpha \approx 0.004 \text{ K}^{-1}$ for diverse metaller

og $\rho_0 = \rho(T_0) =$ referanseverdi ved f.eks. 293 K

Halvleder: Si, Ge, GaAs, GaN, ...

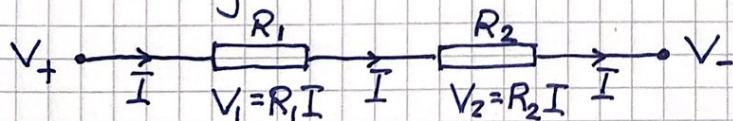
Isolator med $n \approx 0$ ved $T \approx 0 \text{ K}$.

Økt $T \Rightarrow$ flere elektroner frigjøres $\Rightarrow \rho$ avtar

Anvendelser: diode, transistor, solceller, lasere osv

Kobling av motstander [OS2 10.2]

Seriekobling:



Lik strøm I gjennom motstander i serie.

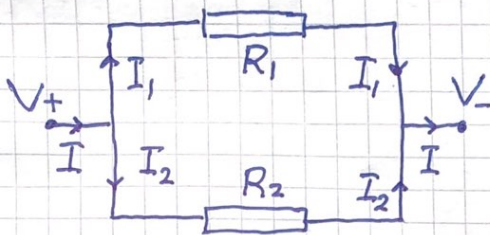
Total spenning: $V = V_+ - V_- = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I$

$\Rightarrow$ Total motstand: $R = V/I = R_1 + R_2$

N stk i serie: $R = \sum_{j=1}^N R_j$

Parallellkobling:

(64)



Lik spenning over R_1 og R_2 :

$$V = V_+ - V_- = R_1 I_1 = R_2 I_2$$

Total strøm:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

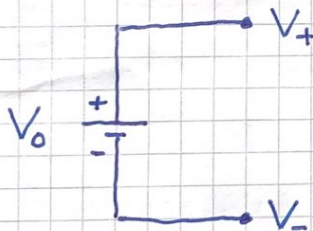
$$\Rightarrow \text{Total motstand: } R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$N \text{ stk i parallell: } R^{-1} = \sum_{j=1}^N R_j^{-1} \quad [\Rightarrow G = \sum_{j=1}^N G_j]$$

DC-kretser [052 10 (9)]

DC = direct current = likestrøm

Likespenningskilde:



Sørger for konstant spenning

$$V_0 = V_+ - V_-$$

mellom de to polene

Eks:

Kjemisk batteri

Solcelle

Mobillader

Kirchhoffs regler [OS2 10.3]

(65)

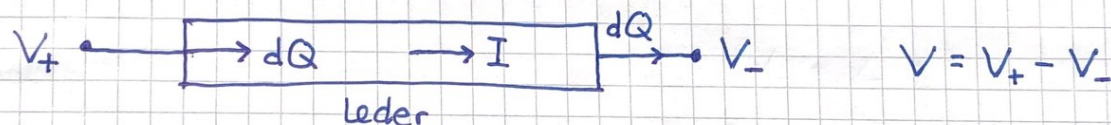
K1: Pga ladningsbevarelse er netto strøm i et knutepunkt null. Velg (f.eks) $I_j > 0$ inn mot et knutepunkt og $I_j < 0$ ut av et knutepunkt:

$$\sum_j I_j = 0 \quad \text{i alle knutepunkt}$$

K2: Pga energibevarelse er summen av alle potensialendringer (spenninger) rundt en lukket sløyfe lik null. Velg (f.eks) $V_j > 0$ for pot.økning og $V_j < 0$ for pot.reduksjon:

$$\sum_j V_j = 0 \quad \text{rundt alle sløyfer}$$

Elektrisk effekt [OS2 9.5]



$$\text{Effekt inn: } P_{\text{inn}} = dU_{\text{inn}}/dt = V_+ dQ/dt = V_+ I$$

$$\text{Effekt ut: } P_{\text{ut}} = dU_{\text{ut}}/dt = V_- dQ/dt = V_- I$$

$$\text{Effekttap i lederen: } \underline{P} = P_{\text{inn}} - P_{\text{ut}} = (V_+ - V_-) \cdot I = \underline{V \cdot I}$$

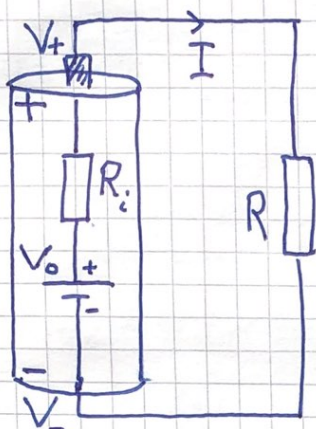
Med ohmsk motstand er $V = R \cdot I$; da har vi

$$P = VI = RI^2 = V^2/R$$

mens $P = VI$ gjelder generelt.

Eks 1: Reell vs ideell spenningskilde

(66)



$$K2: V_0 - R_i I - R I = 0$$

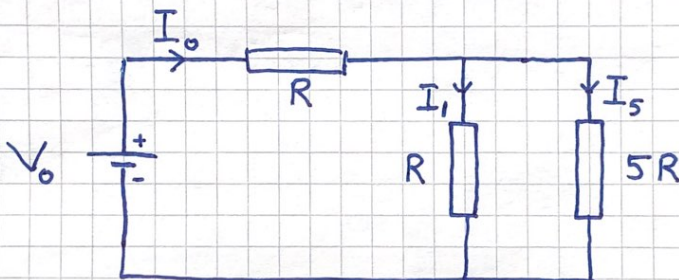
$$\Rightarrow I = \frac{V_0}{R_i + R}$$

R_i = indre motstand (i f.eks. et gammelt batteri)

$R_i = 0$ i en ideell spenningskilde

Polspenning: $V_+ - V_- = V_0 - R_i I < V_0$

Eks 2:



Bestem total motstand R_0 og strømstyrkene I_0 , I_1 og I_5 .

$$\text{Løsn 2: } R_0 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{5R} \right)^{-1} = \underline{\underline{\frac{11}{6} R}}$$

$$I_0 = V_0 / R_0 = \underline{\underline{6V_0 / 11R}}$$

Spennning over parallellkoblingen:

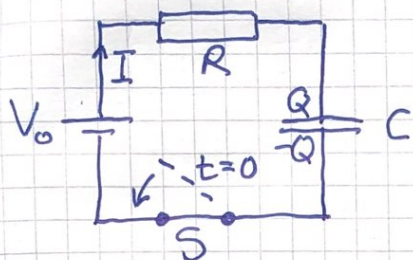
$$V_p = V_0 - R I_0 = \frac{5}{11} V_0$$

$$\Rightarrow I_1 = V_p / R = \underline{\underline{5V_0 / 11R}}, \quad I_5 = V_p / 5R = \underline{\underline{V_0 / 11R}}$$

RC-krets

[052 10.5]

(67)



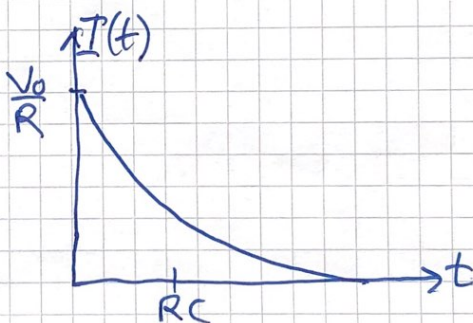
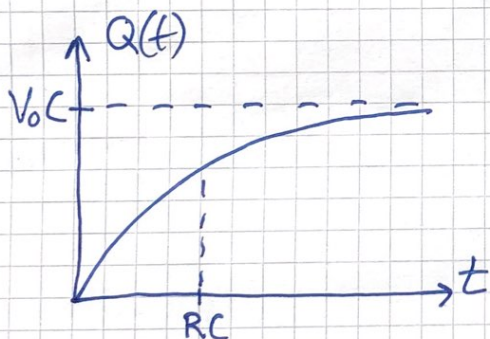
Finn $Q(t)$ og $I(t)$. Bryteren S lukkes ved $t=0$. $Q(t=0)=0$.

$$K2: V_0 - RI - Q/C = 0 \quad ; \quad I = dQ/dt$$

$$\Rightarrow -RC \frac{dQ}{dt} = Q - V_0 C \Rightarrow \int_0^Q \frac{dQ}{Q - V_0 C} = - \int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln \left\{ \frac{Q - V_0 C}{-V_0 C} \right\} = -t/RC \Rightarrow \underline{Q(t) = V_0 C \{ 1 - e^{-t/RC} \}}$$

$$\Rightarrow \underline{I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}}$$



$\tau = RC$ er kretsens tidskonstant, et mål for omtrent hvor lang tid det tar å lade opp kondensatoren.

Anvendelser:

Kupelys i bil.

Intervall-vindusviskere

(AC-kretser)