

Magnetostatikk

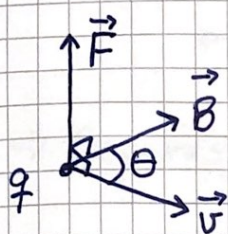
[OS2 11, 12]

(68)

Magnetisk kraft

[OS2 11.2]

Strømmer og magneter omgir seg med et magnetfelt $\vec{B}$.
En ladning q med fart $\vec{v}$ i et magnetfelt $\vec{B}$
påvirkes av en magnetisk kraft:



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = qvB \sin\theta, \quad \vec{F} \perp \vec{v} \text{ og } \vec{B}$$

Enhet: $[B] = T$ (tesla); $1T = 10^4 G$ (gauss)

Eks: Fartsfilter



⊗ inn i planet

⊙ ut av planet

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = \text{Lorentzkraften}$$

$q > 0 \Rightarrow \vec{F}_e$ ned og $\vec{F}_m$ opp

$\Rightarrow$ ingen avbøyning hvis $v = E/B$

Ladning i uniformt $\vec{B}$ -felt

[OS2 11.3]



Anta $\vec{v} \perp \vec{B}$

$$\Rightarrow F = qvB; \quad \vec{F} \perp \vec{v}$$

$\Rightarrow$ Sirkelbevegelse med konstant $|\vec{v}|$ siden $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$

Hvis komponent $v_{||}$ langs $\vec{B}$: Spiralbane

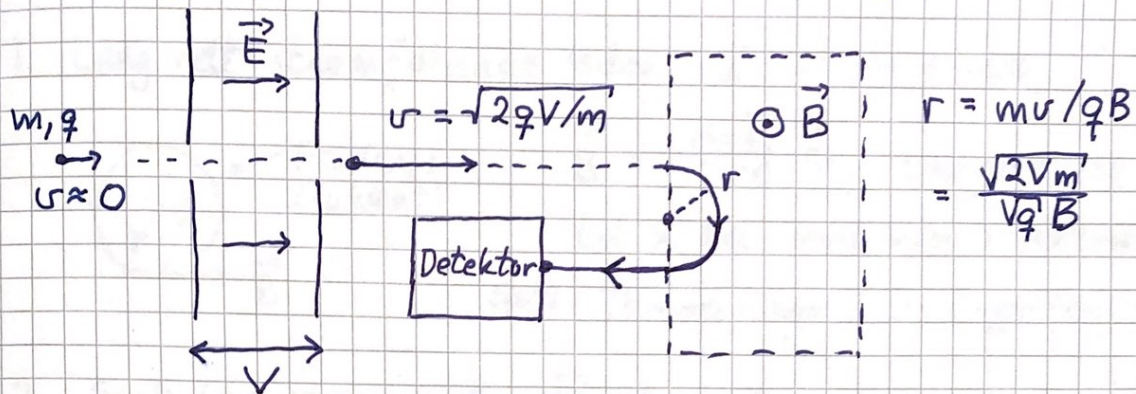
$$\text{NR: } qvB = mv^2/r \Rightarrow r = mv/qB \Rightarrow \omega = v/r = qB/m$$

(syklotronfrekvensen)

Massespektrometer

[052 11.7; Øving 11]

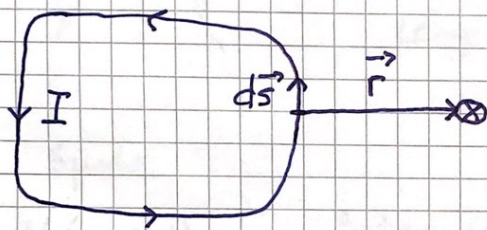
(69)



$\Rightarrow$ Separasjon av isotoper

Biot-Savarts lov

[052 12.1]



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

= magnetfeltbidrag i avstand $\vec{r}$
fra bit $d\vec{s}$ av ledersløyfe
som fører en strøm I

Totalt magnetfelt fra
strømsløyfa:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Biot-Savarts lov
(1820)

Jf. Coulombs lov: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq \hat{r}}{r^2}$

Vakuumpermeabiliteten: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$

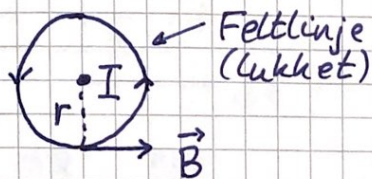
Lysfarten i vakuum:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Eksempler [os2 12.2, 12.4, 12.6]

(70)

1. Lang rett strømførende leder, I ut av planet

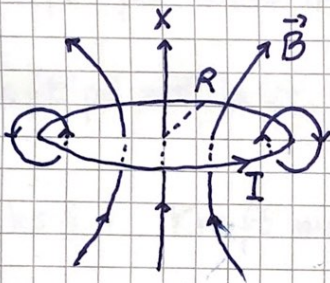


$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\varphi}; \text{ tangentielt}$$

til sirkel med leder i sentrum

HHA: Tommel langs I , 4 fingre langs $\vec{B}$

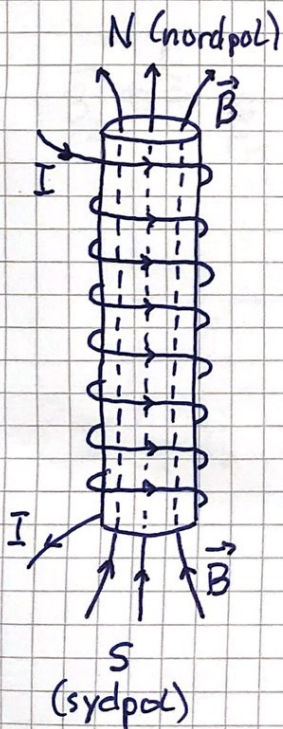
2. Sirkulær strømsløyfe, $\vec{B}$ på sløyfas akse (x-aksen)



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{x}$$

HHR: 4 fingre langs I gir tommel langs $\vec{B}$ på sløyfas akse

3. Spole



Antar ideell spole: Lang med tettliggende viklinger. N viklinger på lengde $l \Rightarrow$ Viklingstetthet $n = N/l$

Inne i spolen: Uniformt felt

$$B = \mu_0 n I$$

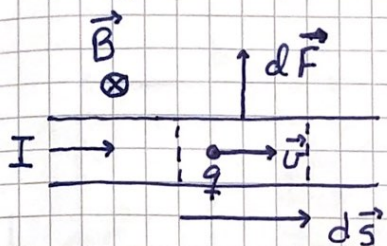
Retning: $\vec{B}$ fra S mot N.

Utenfor spolen: $B \approx 0$

HHR som for strømsløyfe

Magnetisk kraft på strøm [OS2 11.4]

(71)



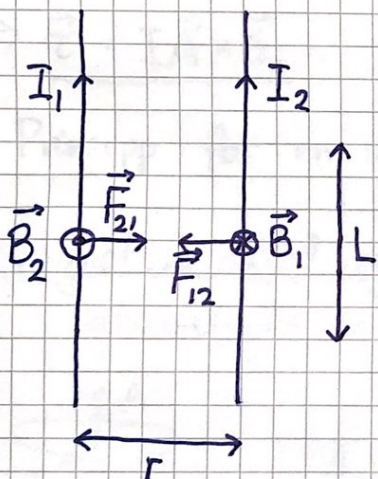
$d\vec{F} = N \cdot q\vec{u} \times \vec{B}$ = kraft på N frie ladninger q med midlere driftsfart $\vec{u}$ langs lederen; N frie ladninger på ds

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Nq}{ds/u} \Rightarrow Nq\vec{u} = I d\vec{s} \Rightarrow d\vec{F} = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

Kraft på hele lederen: $\vec{F} = \int d\vec{F} = I \int_{\text{leder}} d\vec{s} \times \vec{B}$

Kraft på rett leder, lengde L i uniformt $\vec{B}$ -felt: $F = BIL$

Ekse 1: Kraft mellom parallelle strømmmer [OS2 11.4]



$$B_j = \mu_0 I_j / 2\pi r \quad (j=1,2)$$

= feltstyrke i avstand r fra leder j

Innbyrdes kraft på lengde L :

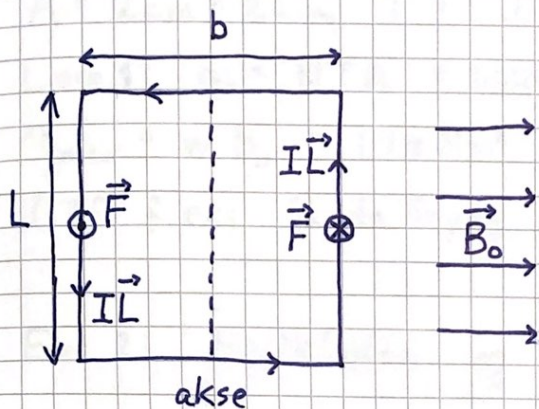
$$F_{12} = F_{21} = F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

Pr lengdeenhet: $f = \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$

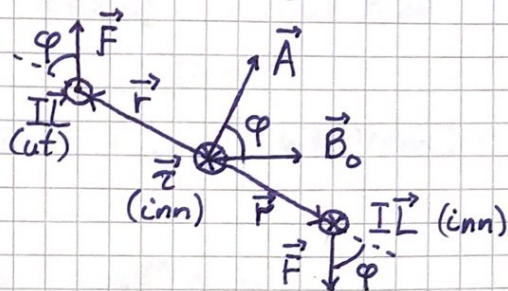
I_1 og I_2 i motsatt retning $\Rightarrow$ Frastøtende kraft

Eks 2: Dreiemoment på strømsløyfe i ytre felt $\vec{B}_0$

(72)



Sett langs akse:



$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}_0 ; F = ILB_0 \quad (\vec{B}_0 \perp \vec{L})$$

$$\vec{A} = A\hat{n} = bL\hat{n} ; \hat{n} = \text{enhetsvektor} \perp \text{strømsløyfa}$$

$$|\vec{\tau}| = |\sum \vec{r} \times \vec{F}| = 2|\vec{r} \times \vec{F}| = 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot ILB_0 \cdot \sin\varphi$$

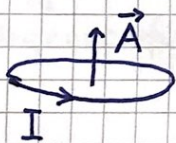
$$= IAB_0 \sin\varphi = |I\vec{A} \times \vec{B}_0|$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B}_0} \quad (\text{Spole, } N \text{ viklinger: } \vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}_0)$$

Prinsipp for en likestrømsmotor (DC-motor).

Magnetisk dipol og dipolmoment [OS2 11.5]

strømsløyfe = magnetisk dipol

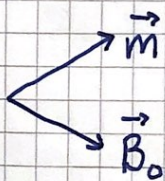


magn. dipolmoment $\stackrel{\text{def}}{=}$ strøm $\cdot$ omsluttet areal

$$\vec{m} = I \cdot \vec{A} ; [\text{m}] = \text{A} \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Spole, } N \text{ viklinger: } \vec{m} = NI\vec{A}$$

Dipol i ytre felt $\vec{B}_0$:



$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$$

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}_0$$

If:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}_0$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0$$

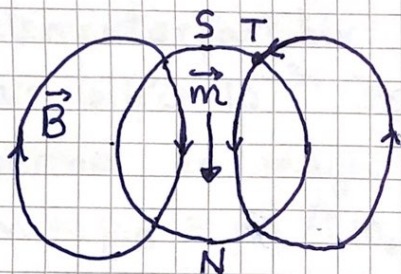
Eks 1: Beregn $\tau_{\max}$ på spole med $N=3200$, $A=2\text{cm} \times 2\text{cm}$, $I=1.0\text{A}$ i ytre felt $B_0=1.0\text{T}$. (73)

Løsning: $m = NIA = 3200 \cdot 1.0\text{A} \cdot (0.02\text{m})^2 = 1.28\text{Am}^2$

$\tau_{\max} = mB_0 = 1.28\text{Am}^2 \cdot 1.0\text{T} = \underline{1.28\text{Nm}}$

(Jf. f.eks. Skoda Enyag IV 85x: $\tau_{\max} = 679\text{Nm}$)

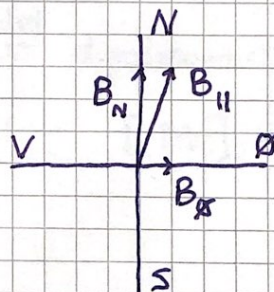
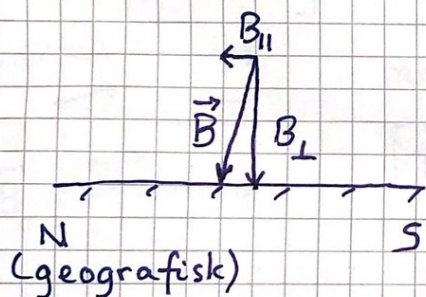
Eks 2: Jordkloden og $\vec{B}$ i Trondheim



$m \approx 8 \cdot 10^{22}\text{Am}^2$

Med vår def. ligger magnetisk N nær geografisk S, og omvendt.

Trondheim (ngdc.noaa.gov):



$B \approx 52.2\text{ }\mu\text{T}$

$(dB/dt \approx 48\text{ nT/år})$

$B_{\perp} \approx 50.4\text{ }\mu\text{T}$

$B_{\parallel} \approx 13.6\text{ }\mu\text{T}$

$B_N \approx 13.5\text{ }\mu\text{T}$

$B_{\text{Ø}} \approx 1.2\text{ }\mu\text{T}$

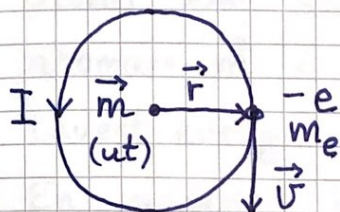
Magnetiske poler vandrer flere km pr år.

Magnetisme

[OS2 12.7]

(74)

Atomær dipol:



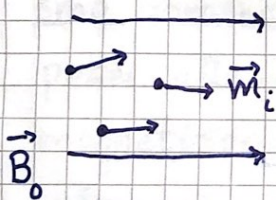
$$I = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r} ; A = \pi r^2$$

$$\Rightarrow m = IA = \frac{1}{2} e v r \quad \left. \begin{array}{l} \\ L = |\vec{r} \times \vec{p}| = r m_e v \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{e}{2m_e} L$$

Kvantemekanikk: Dreieimpuls L og spinn S for elementærpartikler er ca $\hbar = h/2\pi$, der $h \approx 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js er Plancks konstant. Dvs at atomer er magn. dipoler med dipolmoment $m \approx \mu_B \equiv e\hbar/2m_e \approx 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 = 1 \text{ Bohr magneton}$

Ytre felt $\vec{B}_0 \Rightarrow$ dreiemoment $\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_0$

$\Rightarrow$ innretting av $\vec{m}$ langs $\vec{B}_0$:



Magnetisering $\stackrel{\text{def}}{=} \text{dipolmoment pr volumenhet}$

$$\vec{M} = \sum_i \vec{m}_i / V ; [M] = \text{A/m}$$

Paramagneter: Svak innretting av atomære $\vec{m}$ i ytre felt $\vec{B}_0$. Eks: Al, Na, Mg

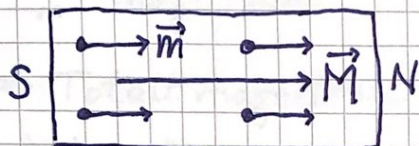
Diamagneter: Har $m=0$ uten ytre felt. Et ytre felt $\vec{B}_0$ induserer et meget lite dipolmoment $\vec{m}$ i motsatt retning av $\vec{B}_0$. Eks: Cu, Au, Hg

Ferromagnetisme

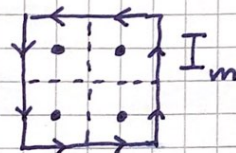
(75)

Fe, Ni, Co og Gd (og legeringer som $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$) har atomer som vekselvirker med naboatomene slik at atomære $\vec{m}$ i samme retning blir foretrukket, dvs gir lavest energi. Da er materialet ferromagnetisk.

En magnet har parallelle $\vec{m}$ i hele materialet:

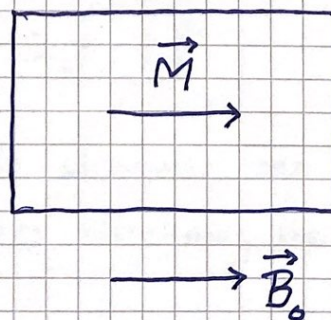
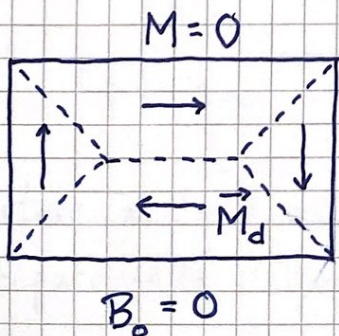


Sett forfra:



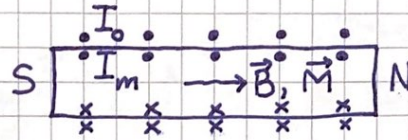
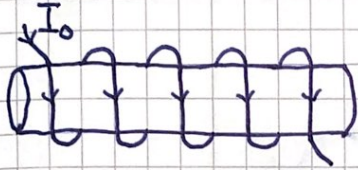
Får bundet magnetiseringsstrøm I_m i overflaten; indre strømmer kansellerer. (Jf. induert, bundet overflateladning på isolator i ytre felt $\vec{E}_0$.)

En umagnetisk ferromagnet (f.eks stål) har mange små domener med volum $(1-100 \mu\text{m})^3$. I et domene peker alle atomære $\vec{m}$ i samme retning og gir magnetisering $\vec{M}_d$. Ulike domener har $\vec{M}_d$ i ulike retninger $\Rightarrow$ Total magnetisering blir $\vec{M} = \sum_d \vec{M}_d \approx 0$. Materialet er umagnetisk, men blir magnetisk i et ytre felt $\vec{B}_0$ pga innretting av alle $\vec{M}_d$ langs $\vec{B}_0$:



Lineær respons:

Anta spole med jernkjerne.



$$I_0 = \text{spolestrøm pr vikling} \Rightarrow B_0 = \mu_0 n I_0$$

$$I_m = \text{magn. strøm} \text{ --- } \Rightarrow B_m = \mu_0 n I_m$$

$$\Rightarrow \text{Totalt magnetfelt inni spolen: } B = B_0 + B_m = \mu_0 n (I_0 + I_m)$$

Antar B_m prop. med B_0 , slik at B blir prop. med B_0 .

$$\Rightarrow B = \mu_r B_0 ; \mu_r = \text{materialets relative permeabilitet}$$

$$\Rightarrow B = \mu_r \mu_0 n I_0 = \mu n I_0 ; \mu = \mu_r \mu_0 = \text{materialets permeabilitet}$$

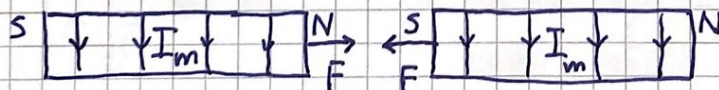
μ_r	vakuum	Al	Cu	Fe 99.8%	Rustfritt stål
	1	1.000022	0.999994	5000	750-1800

Eks 1: $N = 400$, $l = 5 \text{ cm}$, $I_0 = 0.5 \text{ A}$, $\mu_r = 800$. Finn B og I_m .

$$\text{Løsning: } B = 800 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (400/0.05) \cdot 0.5 \text{ T} = \underline{4.0 \text{ T}}$$

$$I_m = (\mu_r - 1) I_0 \approx \mu_r I_0 = \underline{400 \text{ A pr vikling}}$$

Eks 2: Nettokraft mellom to magneter



Kortere avstand mellom parallelle strømmer enn mellom antiparallele strømmer $\Rightarrow$ Netto tiltrekning mellom N og S.