

TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU.

Løsningsforslag til øving 10

Oppgave 1

Indre energi knyttet til luftmolekylenes bevegelser (toatomige molekyler med rotasjonsfrihetsgradene eksistert, ideell gass) er

$$U_m = \frac{5}{2}NkT = \frac{5}{2}p_m V = 2.5 \cdot 10^5 \cdot 0.067 = 16750 \text{ J},$$

uavhengig av temperaturen, siden trykket p_m er konstant lik atmosfæretrykket, ca 1 bar. Indre energi knyttet til fotonene er ved den høye temperaturen

$$U_s = u_s V = \alpha T^4 V = 7.56 \cdot 10^{-16} \cdot 573^4 \cdot 0.067 = 5.5 \mu\text{J}.$$

Med andre ord, neglisjerbart for alle aktuelle temperaturer. Vi kan skrive

$$U_s = u_s V = 3p_s V,$$

som gir strålingstrykket

$$p_s = U_s/3V = 5.5 \cdot 10^{-6}/3 \cdot 0.067 = 2.7 \cdot 10^{-5} = 27 \mu\text{Pa}.$$

Oppgave 2

Fra $dF = -pdV - SdT$ følger det at $p = -(\partial F/\partial V)_T$ og $S = -(\partial F/\partial T)_V$. De oppgitte uttrykkene for p , S og F stemmer med dette.

Oppgave 3

Netto emittert strålingseffekt pr flateenhet er

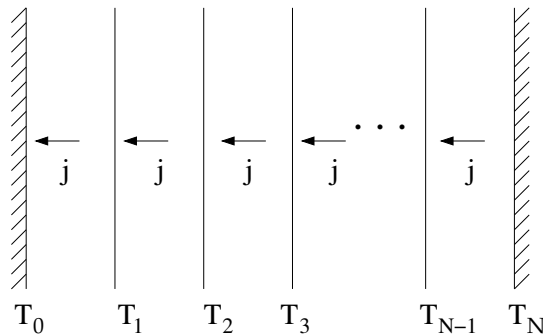
$$j_{\text{netto}} = \sigma (T_{\text{hud}}^4 - T_{\text{omg}}^4) = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (303^4 - 268^4) \simeq 186 \text{ W/m}^2.$$

Overflatearealet avhenger av hvor stor personen er, men la oss f.eks si at $A = 1.8 \text{ m}^2$. Da er $P_{\text{netto}} = j_{\text{netto}} A \simeq 335 \text{ W}$. Normalt matinntak tilsvarer ca 10000 kJ pr døgn, som tilsvarer en "effekt" $P_{\text{mat}} = 10^7/3600 \cdot 24 \simeq 116 \text{ W}$. Dette er betydelig mindre enn strålingstapet. Redningen er klær. Solas utsendte strålingseffekt er

$$P_{\text{sol}} = j_{\text{sol}} A_{\text{sol}} = \sigma T_{\text{sol}}^4 \cdot 4\pi R_{\text{sol}}^2,$$

som med oppgitte verdier er ca $3.9 \cdot 10^{26} \text{ W}$, dvs ca 0.2 mW pr kg. Pr masseenhet sender du ut mye mer: Hvis din masse er 86 kg, og vi bruker *brutto* utsendt strålingseffekt $\sigma T_{\text{hud}}^4 \simeq 860 \text{ W}$, snakker vi om ca 10 W pr kg.

Oppgave 4. Varmeskjold



Ved stasjonære forhold er varmestrømmen j mellom skjoldene den samme overalt. Med Stefan-Boltzmanns lov er netto varmestrøm pr flateenhet i

$$\begin{aligned} 1. \text{ intervall : } j &= \sigma(T_1^4 - T_0^4) \\ 2. \text{ intervall : } j &= \sigma(T_2^4 - T_1^4) \\ &\dots \\ (N-1). \text{ intervall : } j &= \sigma(T_{N-1}^4 - T_{N-2}^4) \\ N. \text{ intervall : } j &= \sigma(T_N^4 - T_{N-1}^4) \end{aligned}$$

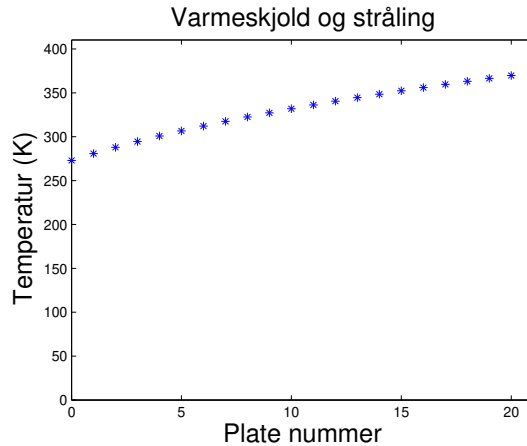
De mellomliggende $N-1$ ukjente temperaturene kan nå elimineres ved å legge sammen disse N ligningene:

$$Nj = \sigma(T_N^4 - T_0^4) = j_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{j}{j_0} = \frac{1}{N},$$

der j_0 er varmestrømmen uten skjold, dvs $N=1$. Kommentar: Temperaturen på skjoldene kan nå bestemmes ved å addere de k første intervallene. Dette gir $kj = \sigma(T_k^4 - T_0^4)$, eller $T_k^4 = T_0^4 + kj/\sigma$, som innsatt for j gir

$$T_k = \left[\frac{(N-k)T_0^4 + kT_N^4}{N} \right]^{1/4}.$$

Med $N-1=20$ skjold og $T_N=373$ K og $T_0=273$ K:



Oppgave 5. Fjernvarmeanlegg

a) Det er $24 \cdot 365 = 8760$ timer i et år. Midlere effekt levert av fjernvarmeanlegget er dermed $P = 600 \cdot 10^9 / 8760 \simeq 68.5$ MW.

Vannmasse gjennom anlegget pr tidsenhet:

$$\begin{aligned} dM/dt &= \frac{dQ/dt}{dQ/dM} = \frac{P}{c dT} \\ &= \frac{68.5 \cdot 10^6}{4184 \cdot 80} \\ &= 205 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Maksimal strømningshastighet (faktor 2 pga 2 sløyfer):

$$\begin{aligned} v &= \frac{dz}{2dt} = \frac{dV/A}{2dt} = \frac{dV/2dt}{\pi r_2^2} \\ &= \frac{0.205/2}{\pi \cdot 0.125^2} \\ &\simeq 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b) Se eksempel i forelesningsnotatene.

c) Varmekapasiteten pr masseenheter er

$$c = C/M = C/\rho V = C/\rho AL = 4C/\rho L \pi d_2^2.$$

Dermed:

$$j = (dQ/dt)/L = -(CdT/dt)/L = -(C/L)(dT/dz)(dz/dt),$$

som med $v = dz/dt$ og C/L fra forrige ligning gir

$$j = -\frac{1}{4} c \rho \pi d_2^2 v \frac{dT}{dz}.$$

d) Vi har nå to uttrykk for j som kan settes lik hverandre. Etter litt rydding gir dette difflikningen

$$\frac{dT}{T - T_0} = -\beta dz,$$

med

$$\beta = \frac{8\kappa}{c \rho d_2^2 v \ln(d_1/d_2)}.$$

Integrasjon av difflikningen på begge sider gir så det oppgitte svaret

$$T(z) = T_0 + [T(0) - T_0] e^{-\beta z}.$$

e) Vi setter $T(z) - T_0 = 90 \text{ K}$ og $T(0) - T_0 = 95 \text{ K}$, slik at

$$e^{-\beta z} = 90/95,$$

med andre ord

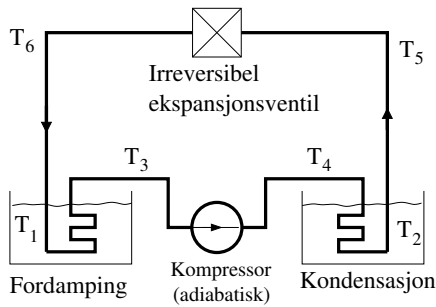
$$\beta = \ln(95/90)/10000 = 5.41 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}.$$

Minste strømningshastighet blir dermed

$$v = \frac{8\kappa}{c \rho d_2^2 \beta \ln(d_1/d_2)} = \frac{8 \cdot 0.035}{4184 \cdot 1000 \cdot 0.25^2 \cdot 5.41 \cdot 10^{-6} \cdot \ln(7/5)} = 0.59 \text{ m/s}.$$

Dette er (heldigvis!) mindre enn den maksimale hastigheten beregnet i punkt a).

Oppgave 6. Flervalgsoppgaver



"Systemet" i varmepumpa (evt kjøleskapet) til venstre er et "kjølefluid" som sirkulerer i rørsystemet og veksler mellom å være i væskeform og gassform. Varmereservoarene er angitt med temperaturene T_1 (kalddt) og $T_2 > T_1$ (varmt). Oppgavene a og b er knyttet til denne figuren.

a) Hvor avgir og/eller mottar systemet varme fra omgivelsene?

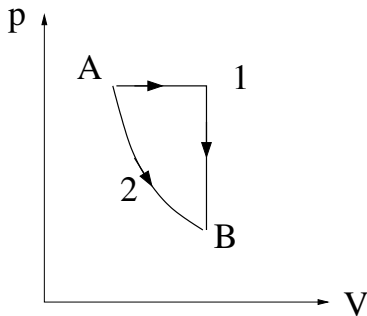
Fordamping ved T_1 , så her mottas varme. Kondensasjon ved T_2 , så her avgis varme.

A) Avgir ved T_2 og mottar ved T_1 .

b) Ranger temperaturene T_1, T_2, T_4 og T_6 . (Du kan anta at $T_3 \simeq T_1$ og at $T_5 \simeq T_2$.)

Adiabatisk kompresjon betyr temperaturøkning (adiabat brattere enn isoterm), dvs $T_4 > T_3 \simeq T_1$. (Dermed er A og C uaktuelle.) Videre er det klart at $T_6 < T_1$ siden kjølemediet fordampes når det passerer ved T_1 , Dermed er B uaktuell og D det riktige svaret.

D) $T_4 > T_2 > T_1 > T_6$



c) Et system kan bringes reversibelt fra tilstand A til tilstand B på to ulike måter: Ved hjelp av en kombinasjon av en isobar og en isokor prosess (1) eller via en isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er S_1 for prosess 1 og S_2 for prosess 2. Da er

Entropien S er en tilstandsfunksjon. Dermed:

A) $S_1 = S_2$

d) To mol ideell gass er innestengt i en varmeisolert beholder med volum 10 L. En vegg fjernes hurtig, slik at gassen utvider seg isotermt (og irreversibelt), til et volum 25 L. Hva blir endringen ΔS i gassens entropi? (Oppgitt: Isoterm entropiendring er $dS = (\partial p / \partial T)_V dV$)

$\partial p / \partial T = Nk_B / V$ for ideell gass, slik at

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{10}^{25} \frac{Nk_B}{V} dV = Nk_B \ln 2.5 \\ &= nR \ln 2.5 = 2 \cdot 8.314 \cdot \ln 2.5 \simeq 15.2 \text{ J/K.} \end{aligned}$$

A) $\Delta S = 15.2 \text{ J/K}$

e) Planeten Mars har en atmosfære som gir et gjennomsnittlig trykk ved overflaten på beskjedne 600 Pa, like i underkant av damptrykket ved vannets trippelpunkt. Hvor ville du da kunne ha håp om å finne vann i flytende form (dvs væskefase) på planeten Mars?

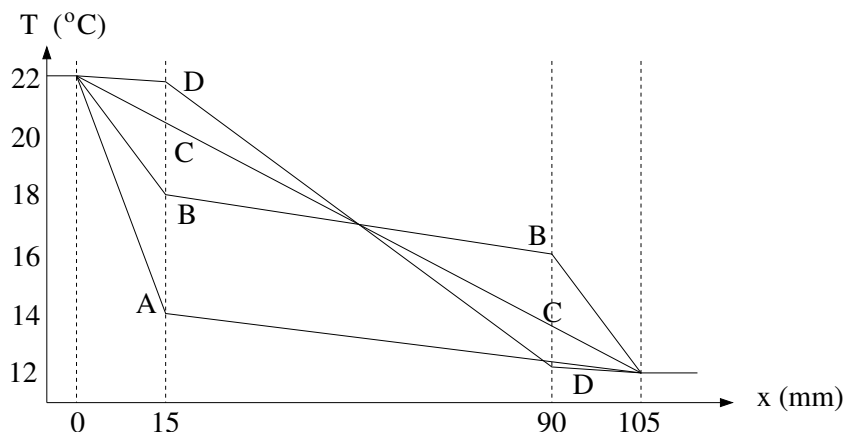
Vi må lete på steder der (total-)trykket er større enn damptrykket ved vannets trippelpunkt, dvs vi må ha en høyere gass-søyle enn den gjennomsnittlige. Da må vi lenger ned, dvs ned i dype kratere.

A) I dype kratere.

f) Mandag morgen var det stille klarvær og omkring null grader. Naboens bil stod parkert ganske tett inntil sideveggen på vår garasje, og jeg observerte med interesse at bilrutene som vendte mot garasjeveggen var praktisk talt uten rim og is. Rutene på de resterende tre sidene måtte naboen belage seg på å skrape før avreise til jobb. Hvordan vil du forklare at bilens ene side hadde rimfrie ruter?

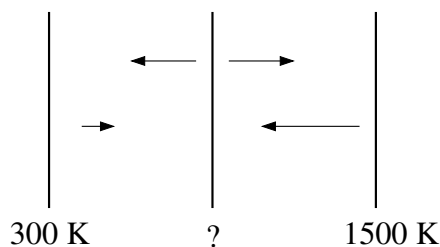
Den klare nattehimmelen stråler effektivt som et svart legeme med temperatur omkring 20 kuldegrader. Bilrutene som vender bort fra garasjeveggen vil dermed avgi mer energi via stråling enn rutene som vender inn mot veggen, med temperatur omtrent som lufta omkring, dvs ca null grader. Med andre ord, rutene på tre av bilens fire sider blir en del kaldere enn rutene som vender inn mot garasjeveggen. Hvis nå lufta har en relativ luftfuktighet på noe mindre enn hundre prosent, vil luftas partialtrykk pga vanndamp ligge mellom metningstrykket ved null grader og metningsgrykket ved temperaturen til de kaldeste bilrutene. Resultatet blir kondensasjon og rimdannelse på de kalde rutene og rimfrie ruter på siden som vender inn mot garasjeveggen. Utgangspunktet for det hele er koeksistenskurven mellom fast fase og gassfase for vann, og som kjent fastlegges denne med utgangspunkt i Clapeyrons ligning.

D) Både A, B og C inngår i en fullgod forklaring.



g) En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Gipsplater isolerer godt mot *lyd* og hemmer spredning av brann, men isolerer *dårlig* mot varmeledning: $\kappa_{\text{gips}} = 0.25$ W/m K, mens $\kappa_{\text{glava}} = 0.035$ W/m K. Hvilken kurve viser da korrekt temperaturprofil gjennom veggens ved stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold og stuetemperatur (for $x < 0$) og soveromstemperatur (for $x > 105$ mm) hhv 22°C og 12°C ?

Med $0.25/0.035 \simeq 7$ ganger større varmeledningsevne i gips enn i glava har vi ca 7 ganger mindre temperaturendring pr lengdeenhet i gips enn i glava. Kurve D passer bra med dette.



h) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater holdes på fast temperatur hhv 300 K og 1500 K. (Disse platene kan med andre ord betraktes som to varmereservoarer.) En tredje metallplate settes inn mellom disse, som vist i figuren. Alle platene kan betraktes som perfekt svarte legemer som emitterer elektromagnetisk stråling ("varmestråling") i begge retninger. Det er vakuum i rommet mellom platene. Når stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold er etablert, hva er temperaturen på den midterste platen?

Ved stasjonære forhold er varmestrøm inn mot og ut fra midtplaten like store:

$$\sigma(T_1^4 + T_3^4) = 2\sigma T_2^4 \Rightarrow T_2 = ((T_1^4 + T_3^4)/2)^{1/4} = 1262 \text{ K}.$$

C) 1262 K