FY1005/TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2014.

Løsningsforslag til øving 1

Atmosfæren på Mars

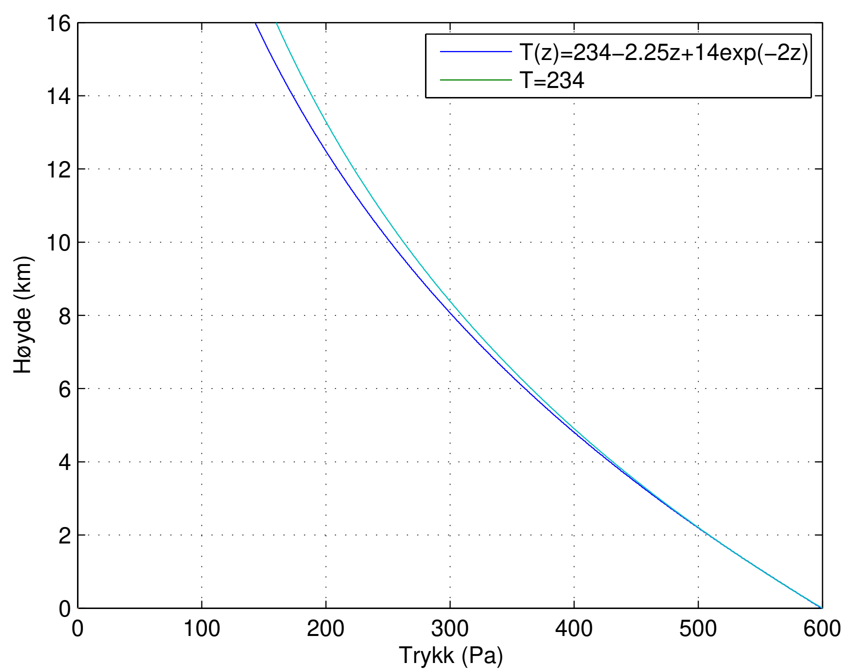
a) Vi ser på en luftsøyle med tverrsnitt A og høyde dz, og dermed masse $dM = \mu A dz$ når massen pr volumenhet er μ. Vekten av denne luftsøylen er $dM\, g = \mu A dz\, g$, som må tilsvare forskjellen dF i kraften (nedover) på luftsøylens nedre og øvre flate. Siden trykket pr definisjon er kraft pr flateenhet, må $dp = -dF/A = -\mu dz\, g$ bli endringen i trykket hvis vi forflytter oss fra høyde z til høyde $z + dz$. Av dette følger det oppgitte uttrykket $dp/dz = -\mu g$.

b) Hvis m er gassens masse pr mol, er nm massen til n mol gass. Og hvis n mol gass okkuperer volumet V, blir da masse pr volumenhet $\mu = nm/V$. Dermed: $pV = nRT \quad \Rightarrow \quad p/RT = n/V = \mu/m$, i samsvar med oppgitt uttrykk for μ.

c) Fra *a*) har vi $dp/dz = -\mu g$, og med resultatet i *b*) betyr det at $dp/p = -mgdz/RT$. Integrasjon på begge sider, på venstre side fra $p(0) = p_0$ til $p(z)$ og på høyre side fra $z = 0$ til z, gir $\ln[p(z)/p_0] = -\int_0^{z'} mg(z')dz'/RT(z')$, som etter eksponentiering på begge sider gir det oppgitte uttrykket for $p(z)$ med oppgitt skalahøyde $H(z)$.

d) Innsetting av oppgitte tallverdier for R, T, m og g gir $H = 12.1$ km. Integralet i *c*) blir da lik 1, slik at $p(H)/p_0 = 1/e$.

e) og *f*) Se martian_atmosphere.m. Figuren nedenfor viser at trykkprofilen blir ganske riktig ved å bruke konstant temperatur 234 K, med økende feil ved store høyder.



Figur 1: Trykk som funksjon av høyde over bakken på planeten Mars, beregnet med utgangspunkt i en realistisk temperaturprofil og med bruk av konstant temperatur.

Merknad: Numerisk løsning av integralet

$$\int_0^z \frac{dz'}{T(z')}$$

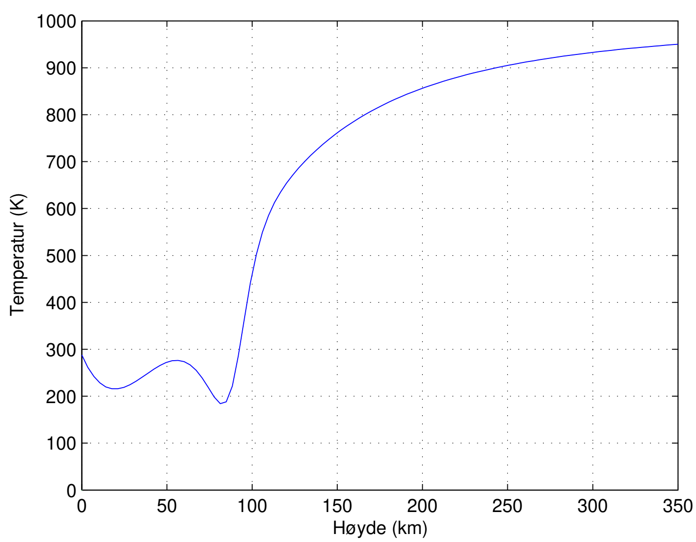
med Simpsons metode fordrer at intervallet fra 0 til z deles inn i et like antall intervaller, dvs med et odde antall diskretiserte høydeverdier, endepunktene 0 og z inkludert. Dette skyldes at metoden er basert på å trekke parabler mellom nest nærmeste nabo høydeverdier. Denne begrensningen har vi ikke med trapesmetoden, der rette linjer trekkes mellom nærmeste nabo høydeverdier.
I programmet martian_atmosphere.m brukes Simpsons metode for å bestemme annenhver verdi for $p(z)$, dvs for de høydeverdiene som tilsvarer at antall intervaller er et partall. For de resterende høydeverdiene brukes trapesmetoden. Det ville selvsagt ha vært enklere å bruke trapesmetoden for alle verdier av z.
Merk at de to første høydene, $z = 0$ og $z = h$, må behandles separat, ettersom iterasjonsprosessen først kan startes med to verdier på plass, en for iterasjon med trapesmetoden og en for iterasjon med Simpsons metode.

Atmosfæren på jorda

Noen eksempler på relevante nettsider som gir temperaturprofilen gjennom jordas atmosfære:

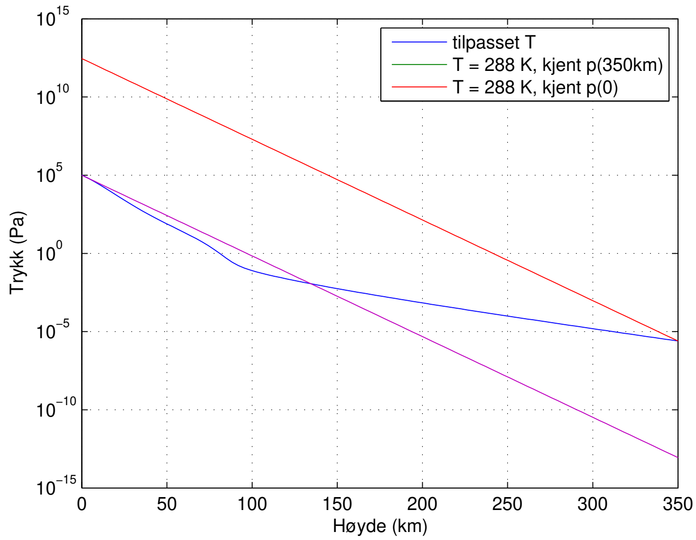
- http://pcl.physics.uwo.ca/science/temperature/
- http://en.wikipedia.org/wiki/Thermosphere

I programmet earth.m er det brukt to funksjoner, Tlow og Thigh, for å tilpasse målt $T(z)$ opp gjennom jordas atmosfære. Med en funksjon på formen $[1 + \exp(\pm(z - d)/\sigma)]^{-1}$ skrus Tlow av og Thigh på ved $z = d$, over et intervall av størrelsesorden σ, slik at de ganske ulike forløpene under og over $z \simeq 90$ km kan tilpasses med to ganske ulike matematiske funksjoner. Det er brukt i alt 9 tilpasningsparametre ($a1$ - $a9$), og fremdeles er vel ikke modellen helt perfekt. Uansett, her er resulterende modellprofil for $T(z)$:



Figur 2: Temperatur som funksjon av høyde over bakken på jorda, beregnet ved å tilpasse til realistiske publiserte temperaturprofiler.

Trykkprofilen bestemmes med samme metode(r) som i forrige oppgave. I earth.m integreres det nedover, fra en kjent startverdi i høyde 350 km, med parametervalg som gir normalt trykk (1 atm) ved $z = 0$. Den realistiske trykkprofilen sammenlignes med det vi finner ved å anta konstant temperatur 288 K (midlere temperatur ved jordoverflaten), samt kjent trykk ved hhv jordoverflaten og i høyde 350 km.



Figur 3: Trykk som funksjon av høyde over bakken på jorda, beregnet med utgangspunkt i en realistisk temperaturprofil og med bruk av konstant temperatur 288 K.

Atmosfærefysikk ved Institutt for fysikk

De to professorene Patrick Espy og Robert Hibbins driver begge med forskning på atmosfærens fysikk og problemstillinger knyttet til klima og meteorologi. KLIKK HER hvis du vil lese mer om instituttets forskning på atmosfærefysikk.

Figur 4: Patrick Espy og Robert Hibbins