FY1005/TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2014.
Veiledning: 13. og 16. januar. Innleveringsfrist: Fredag 17. januar kl 16.

Øving 1

Atmosfæren på Mars

Temperaturmålinger i atmosfæren på planeten Mars kan med god tilnærmelse beskrives med funksjonen

$$T(z) = 234.0 - 2.25\, z + 14\, e^{-2z}.$$

Her er z høyde over bakkenivå, målt i enheten km, og T er absolutt temperatur. Oppgaven består i å beregne trykkprofilen $p(z)$ med utgangspunkt i temperaturprofilen $T(z)$.

a) Vis at tyngden av en luftsøyle mellom z og $z + dz$ medfører at trykket $p(z)$ varierer med høyden i henhold til ligningen

$$\frac{dp}{dz} = -\mu g.$$

Her er μ (den lokale) massetettheten, og g er tyngdens akselerasjon.

b) Anta at atmosfæren på Mars kan betraktes som en ideell gass og vis at massetettheten da kan skrives på formen

$$\mu(z) = \frac{p(z)m}{RT(z)}.$$

Her er m atmosfærens midlere molare masse, en størrelse som vi her skal anta er uavhengig av hvor i atmosfæren vi befinner oss.

c) Anta nå at trykket på bakkenivå, $p_0 = p(0)$, er kjent, og vis at trykket i høyde z over bakkenivå har avtatt til verdien

$$p(z) = p_0 \exp\left(-\int_0^z dz'/H(z')\right),$$

med den såkalte skalahøyden

$$H(z) = RT(z)/mg(z).$$

Tyngdens akselerasjon g vil som kjent variere med avstanden fra planetens sentrum (og dermed med høyden z), men atmosfæren på Mars er i all hovedsak lokalisert innenfor høydeverdier ($15 - 20$ km) som gjør det til en utmerket tilnærmelse å regne med konstant verdi $g = 3.71$ m/s^2.

d) Dersom temperaturen T kunne regnes som konstant og lik 234 K, hva ville da (den konstante) skalahøyden $H = RT/mg$ være på Mars, der midlere molare masse er $m = 43.34$ g? Med hvilken tallfaktor ville i så fall trykket være redusert i høyden $z = H$, relativt trykket på bakkenivå?

e) Med høydeavhengig temperatur $T(z)$ (som nevnt innledningsvis) er det (med all sannsynlighet) ikke mulig å løse integralet i punkt *c*) analytisk, men som godt oppdratt fysikkstudent lar du deg ikke stoppe av denslags: Løs integralet numerisk, og beregn på den måten trykkprofilen $p(z)$ fra bakkenivå og opp til en høyde 16 km. Bruk en metode for numerisk integrasjon som du har lært tidligere (f.eks. midtpunktmetoden, trapesmetoden eller Simpsons metode; se evt wikipedia, andre nettsider, en bok, eller be om hjelp på øvingstimen), og bruk ditt favoritt–programmeringsspråk, noe som for de fleste antagelig fortsatt er Matlab.

Hovedresultatet skal være en figur der p er plottet som funksjon av z, med angivelse av både fysisk størrelse og enhet langs begge akser. Verdien av trykket på bakkenivå kan du sette lik 600 Pa.

f) Utvid programmet ditt til også å beregne $p(z)$ med antagelsen at temperaturen er konstant og lik 234 K. Plott den resulterende trykkprofilen i samme figur som trykkprofilen beregnet med varierende temperatur.

Ekstra utfordring: Atmosfæren på jorda

Bruk internett (eller andre kilder) til å finne en pålitelig utgave av temperaturprofilen $T(z)$ i jordas atmosfære. Forsøk deretter å konstruere en matematisk funksjon som reproduserer den målte $T(z)$ på en noenlunde brukbar måte. Modifiser så programmet fra forrige oppgave slik at dette beregner trykkprofilen $p(z)$ i jordas atmosfære. Bruk internett (eller andre kilder) til å finne resultater som du kan sammenligne din beregnede trykkprofil med.

Et og annet tips knyttet til programmeringsdelen av øvingen vil trolig bli gjort tilgjengelig etter hvert. I første omgang foreslår jeg at vi strever litt hver for oss!