FY1005/TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2014.

Løsningsforslag til øving 10

Van der Waals tilstandsligning

a) Vi har $a = 27RbT_c/8$ som innsatt i uttrykket for p_c gir $p_c = RT_c/8b$, dvs $b = RT_c/8p_c$. Dette kan vi sette inn i uttrykket for a, slik at $a = 27R^2T_c^2/64p_c$.
Den dimensjonsløse kombinasjonen RT_c/p_cV_c har verdien $R(8a/27Rb)/(a/27b^2)3b = 8/3$.

b) Innsetting av $p = p_rp_c = p_r \cdot RT_c/8b$, $T = T_rT_c$ og $V = V_rV_c = V_r \cdot 3b$ i tilstandsligningen gir

$$(p_r \cdot RT_c/8b + a/(V_r^2 \cdot 9b^2))(V_r \cdot 3b - b) = RT_rT_c.$$

Her kan vi på venstre side trekke ut faktoren $RT_c/8b$ fra første faktor og b fra andre faktor, forkorte bort RT_c og gange med 8 på begge sider, og til slutt ende opp med

$$(p_r + 3/V_r^2)(3V_r - 1) = 8T_r,$$

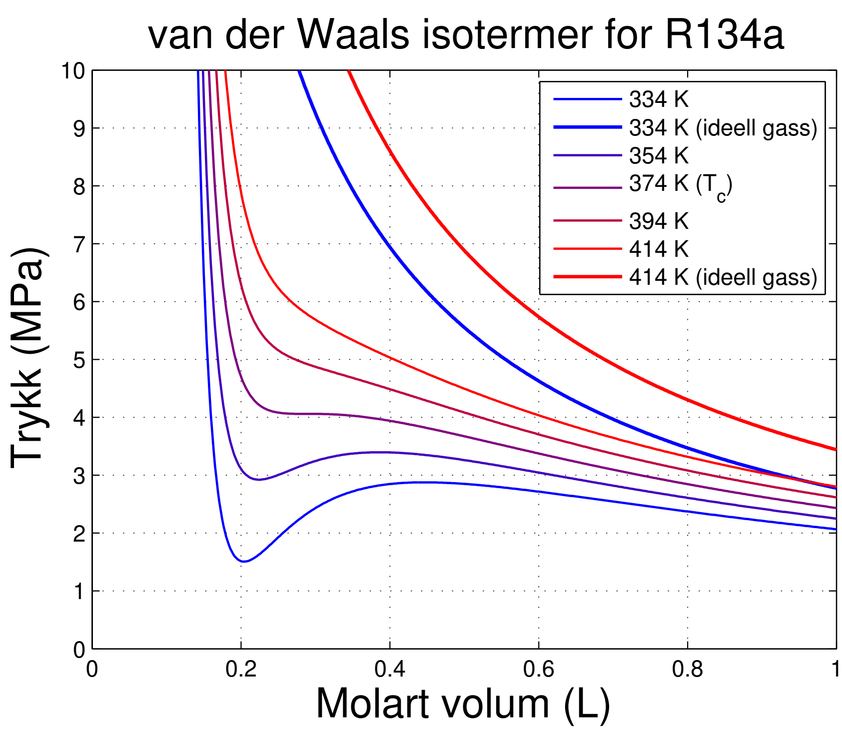
i det vi innser at $(a/9b^2) \cdot (8b/RT_c) = 3$.

c) For 1,1,1,2-tetrafluoretan (R134a), med kritisk temperatur og trykk hhv 374 K og 4060 kPa, parametriseres de to koeffisientene i van der Waals tilstandsligning til verdiene

$$a = 27 \cdot 8.314^2 \cdot 374^2/64 \cdot 4060000 = 1.00466 \quad , \quad b = 8.314 \cdot 374/8 \cdot 4060000 = 9.5734 \cdot 10^{-5}.$$

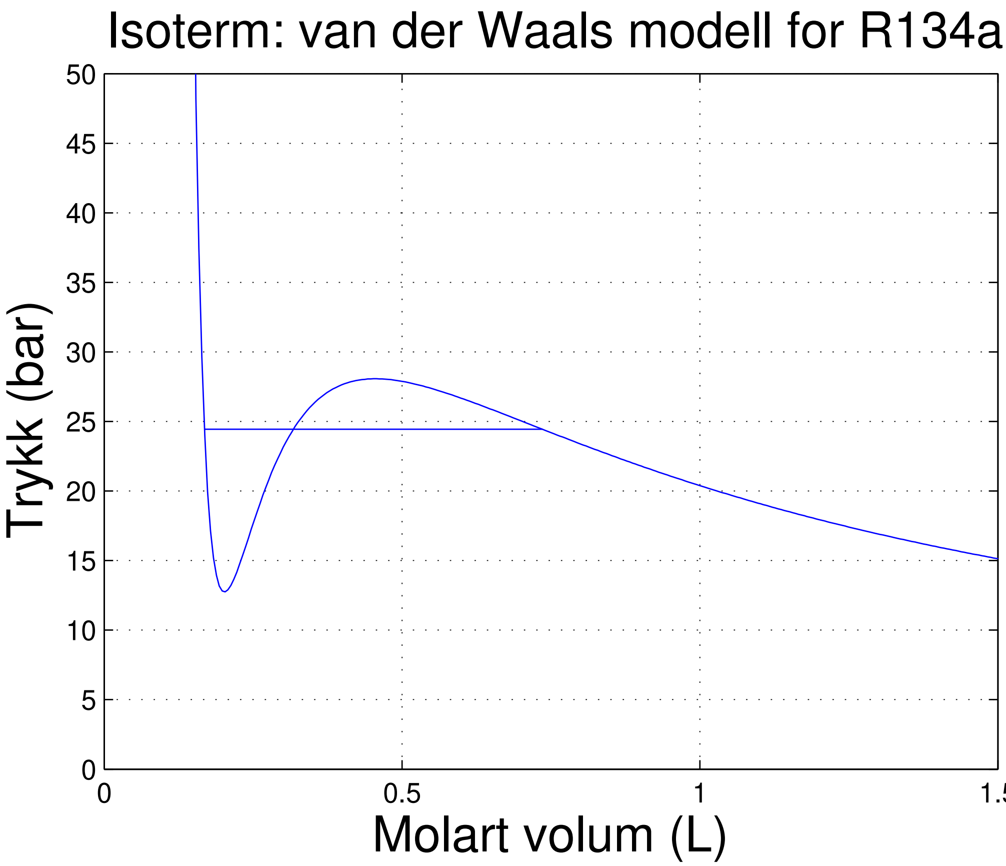
Her har vi brukt utelukkende SI-enheter, slik at enhet for a blir Pa m^6, eventuelt N m^4, og enhet for b blir m^3. Den dimensjonsløse kombinasjonen RT_c/p_cV_c har eksperimentelt verdien 3.87 for R134a. Dette er noe høyere enn verdien 8/3, som forventes fra van der Waals tilstandsligning. (Andre velkjente gasser har også verdier som overstiger 8/3, f.eks He med 3.06, H_2 med 3.27 og H_2O med 4.30.) Som nevnt i forelesningene, van der Waals tilstandsligning er *kvalitativt* men som regel ikke *kvantitativt* riktig for reelle fluider.

d) Programmet `vdw1.m` svarer på bestillingen i oppgaven. Resulterende figur:



e) I programmet `ov10_lf.m` leses det inn en gjetning på væskevolumet, hvoretter det beregnes hvilket gassvolum som gir samme trykk. Forskjellen mellom arealet under $p(V)$ og arealet under den rette linjen bestemmes og skrives ut. Deretter må programmet startes på nytt dersom man vil foreta en ny og bedre gjetning på væskevolumet.

I programmet `ov10_lf_auto.m` leses det inn startverdi for væskevolum og gassvolum, hvoretter koeksistenstrykket beregnes med en iterativ metode. Resulterende figur:



Her er det brukt startverdier 0.17 L for væskevolumet, 1.5 L for gassvolumet, og maksimalt relativt avvik 0.0001 hva angår Maxwells regel om like arealer. Etter 12 iterasjoner skriver programmet ut verdiene

$$V_v \simeq 0.1684004\,\mathrm{L} \quad , \quad V_g \simeq 0.7356121\,\mathrm{L}$$

og

$$p_1 \simeq p_2 \simeq 24.4410\,\mathrm{bar}.$$