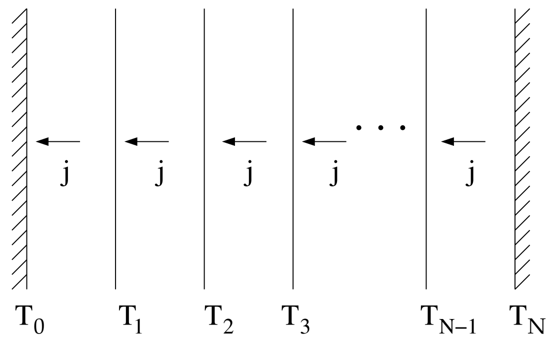
FY1005/TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2014.

Løsningsforslag til øving 12

Oppgave 1. Varmeskjold



Ved stasjonære forhold er varmestrømmen j mellom skjoldene den samme overalt. Med Stefan-Boltzmanns lov er netto varmestrøm pr flateenhet i

$$
\begin{aligned}
1.\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_1^4 - T_0^4) \\
2.\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_2^4 - T_1^4) \\
&\cdots \\
(N-1).\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_{N-1}^4 - T_{N-2}^4) \\
N.\,\text{intervall}: \quad j &= \sigma(T_N^4 - T_{N-1}^4)
\end{aligned}
$$

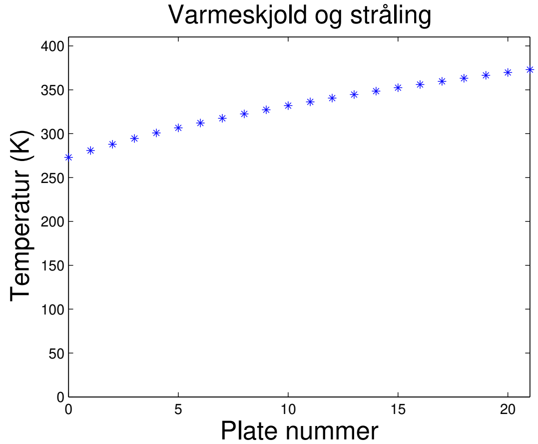
De mellomliggende $N-1$ ukjente temperaturene kan nå elimineres ved å legge sammen disse N ligningene:

$$Nj = \sigma(T_N^4 - T_0^4) = j_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{j}{j_0} = \frac{1}{N},$$

der j_0 er varmestrømmen uten skjold, dvs $N = 1$. Kommentar: Temperaturen på skjoldene kan nå bestemmes ved å addere de k første intervallene. Dette gir $kj = \sigma(T_k^4 - T_0^4)$, eller $T_k^4 = T_0^4 + kj/\sigma$, som innsatt for j gir

$$T_k = \left[\frac{(N-k)T_0^4 + kT_N^4}{N}\right]^{1/4}.$$

Med $N - 1 = 20$ skjold og $T_N = 373$ K og $T_0 = 273$ K:



Oppgave 2. Kokte poteter

For diffusjon av partikler fant vi at diffusjonslengden r går som kvadratroten av tida t, dvs $r \sim \sqrt{t}$. Det samme må da gjelde for varmetransport, som beskrives ved samme differensialligning. Når lengdedimensjoner endres med en faktor a, vil følgelig tidsforløp endres med en faktor a^2 for systemer med samme form. [Dvs: Differensialligningen forblir uendret dersom nye variable $t' = t/a^2$ og $r' = r/a$ innføres og samme grensebetingelser brukes.] Når tyngden, og dermed volumet til potetene endres med en faktor $v = 2$, vil lengder endres med en faktor $a = v^{1/3} = 2^{1/3}$. Tida endres derfor med faktoren $\tau = a^2 = 2^{2/3} = 1.59$. Så med dobbelt så tunge poteter endres koketida til 25 minutter $\cdot\tau \simeq 40$ minutter.

Oppgave 3. Fjernvarmeanlegg

a) Det er $24 \cdot 365 = 8760$ timer i et år. Midlere effekt levert av fjernvarmeanlegget er dermed $P = 600 \cdot 10^9/8760 \simeq 68.5$ MW.

Vannmasse gjennom anlegget pr tidsenhet:

$$\begin{aligned} dM/dt &= \frac{dQ/dt}{dQ/dM} = \frac{P}{c\,dT} \\ &= \frac{68.5 \cdot 10^6}{4184 \cdot 80} \\ &= 205 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Maksimal strømningshastighet (faktor 2 pga 2 sløyfer):

$$\begin{aligned} v &= \frac{dz}{2dt} = \frac{dV/A}{2dt} = \frac{dV/2dt}{\pi r_2^2} \\ &= \frac{0.205/2}{\pi \cdot 0.125^2} \\ &\simeq 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b) Se eksempel s 112 – 113 i forelesningsnotatene.

c) Varmekapasiteten pr masseenhet er

$$c = C/M = C/\rho V = C/\rho AL = 4C/\rho L\pi d_2^2.$$

Dermed:

$$j = (dQ/dt)/L = -(CdT/dt)/L = -(C/L)(dT/dz)(dz/dt),$$

som med $v = dz/dt$ og C/L fra forrige ligning gir

$$j = -\frac{1}{4}c\rho\pi d_2^2 v\,\frac{dT}{dz}.$$

d) Vi har nå to uttrykk for j som kan settes lik hverandre. Etter litt rydding gir dette diffligningen

$$\frac{dT}{T - T_0} = -\beta\,dz,$$

med

$$\beta = \frac{8\kappa}{c\rho d_2^2 v \ln(d_1/d_2)}.$$

Integrasjon av diffligningen på begge sider gir så det oppgitte svaret

$$T(z) = T_0 + [T(0) - T_0]\, e^{-\beta z}.$$

e) Vi setter $T(z) - T_0 = 90$ K og $T(0) - T_0 = 95$ K, slik at

$$e^{-\beta z} = 90/95,$$

med andre ord

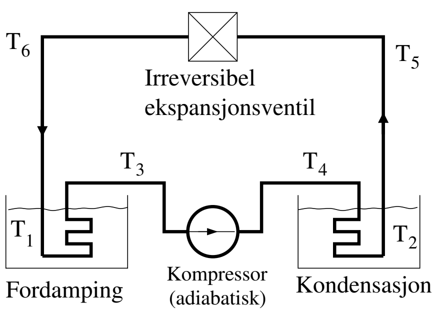
$$\beta = \ln(95/90)/10000 = 5.41 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^{-1}.$$

Minste strømningshastighet blir dermed

$$v = \frac{8\kappa}{c\rho d_2^2 \beta \ln(d_1/d_2)} = \frac{8 \cdot 0.035}{4184 \cdot 1000 \cdot 0.25^2 \cdot 5.41 \cdot 10^{-6} \cdot \ln(7/5)} = 0.59\,\mathrm{m/s}.$$

Dette er (heldigvis!) mindre enn den maksimale hastigheten beregnet i punkt a).

Oppgave 4. Flervalgsoppgaver



"Systemet" i varmepumpa (evt kjøleskapet) til venstre er et "kjølefluid" som sirkulerer i rørsystemet og veksler mellom å være i væskeform og gassform. Varmereservoarene er angitt med temperaturene T_1 (kaldt) og $T_2 > T_1$ (varmt). Oppgavene a og b er knyttet til denne figuren.

---

a) Hvor avgir og/eller mottar systemet varme fra omgivelsene?

Fordamping ved T_1, så her mottas varme. Kondensasjon ved T_2, så her avgis varme.

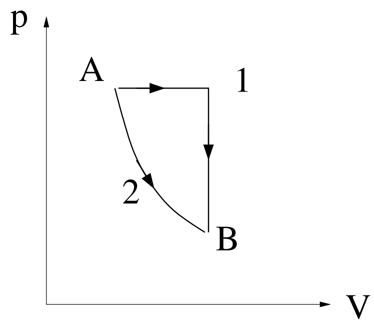
A) Avgir ved T_2 og mottar ved T_1.

---

b) Ranger temperaturene T_1, T_2, T_4 og T_6. (Du kan anta at $T_3 \simeq T_1$ og at $T_5 \simeq T_2$.)

Adiabatisk kompresjon betyr temperaturøkning (adiabat brattere enn isoterm), dvs $T_4 > T_3 \simeq T_1$. (Dermed er A og C uaktuelle.) Videre er det klart at $T_6 < T_1$ siden kjølemediet fordamper når det passerer ved T_1, Dermed er B uaktuell og D det riktige svaret.

D) $T_4 > T_2 > T_1 > T_6$



c) Et system kan bringes reversibelt fra tilstand A til tilstand B på to ulike måter: Ved hjelp av en kombinasjon av en isobar og en isokor prosess (1) eller via en isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er S_1 for prosess 1 og S_2 for prosess 2. Da er

Entropien S er en tilstandsfunksjon. Dermed:

A) $S_1 = S_2$

---

d) To mol ideell gass er innestengt i en varmeisolert beholder med volum 10 L. En vegg fjernes hurtig, slik at gassen utvider seg isotermt (og irreversibelt), til et volum 25 L. Hva blir endringen ΔS i gassens entropi? (Oppgitt: Isoterm entropiendring er $dS = (\partial p/\partial T)_V \, dV$)

$\partial p/\partial T = Nk_B/V$ for ideell gass, slik at

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{10}^{25} \frac{Nk_B}{V} \, dV = Nk_B \ln 2.5 \\ &= nR \ln 2.5 = 2 \cdot 8.314 \cdot \ln 2.5 \simeq 15.2 \, \mathrm{J/K}. \end{aligned}$$

A) $\Delta S = 15.2$ J/K

---

e) Planeten Mars har en atmosfære som gir et gjennomsnittlig trykk ved overflaten på beskjedne 600 Pa, like i underkant av damptrykket ved vannets trippelpunkt. Hvor ville du da kunne ha håp om å finne vann i flytende form (dvs væskefase) på planeten Mars?

Vi må lete på steder der (total-)trykket er større enn damptrykket ved vannets trippelpunkt, dvs vi må ha en høyere gass-søyle enn den gjennomsnittlige. Da må vi lenger ned, dvs ned i dype kratere.

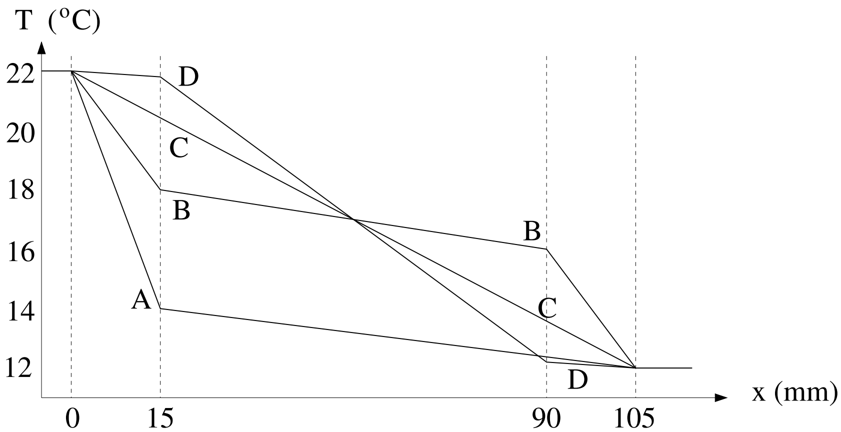
A) I dype kratere.

---

f) Mandag morgen var det stille klarvær og omkring null grader. Naboens bil stod parkert ganske tett inntil sideveggen på vår garasje, og jeg observerte med interesse at bilrutene som vendte mot garasjeveggen var praktisk talt uten rim og is. Rutene på de resterende tre sidene måtte naboen belage seg på å skrape før avreise til jobb. Hvordan vil du forklare at bilens ene side hadde rimfrie ruter?

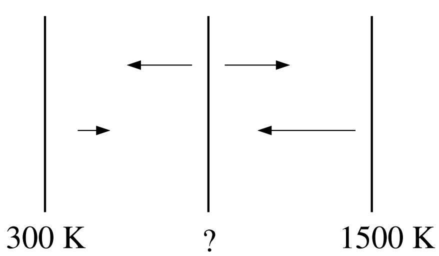
Den klare nattehimmelen stråler effektivt som et svart legeme med temperatur omkring 20 kuldegrader. Bilrutene som vender bort fra garasjeveggen vil dermed avgi mer energi via stråling enn rutene som vender inn mot veggen, med temperatur omtreng som lufta omkring, dvs ca null grader. Med andre ord, rutene på tre av bilens fire sider blir en del kaldere enn rutene som vender inn mot garasjeveggen. Hvis nå lufta har en relativ luftfuktighet på noe mindre enn hundre prosent, vil luftas partialtrykk pga vanndamp ligge mellom metningstrykket ved null grader og metningsgrykket ved temperaturen til de kaldeste bilrutene. Resultatet blir kondensasjon og rimdannelse på de kalde rutene og rimfrie ruter på siden som vender inn mot garasjeveggen. Utgangspunktet for det hele er koeksistenskurven mellom fast fase og gassfase for vann, og som kjent fastlegges denne med utgangspunkt i Clapeyrons ligning.

D) Både A, B og C inngår i en fullgod forklaring.



g) En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Gipsplater isolerer godt mot *lyd* og hemmer spredning av brann, men isolerer *dårlig* mot varmeledning: $\kappa_{\text{gips}} = 0.25$ W/m K, mens $\kappa_{\text{glava}} = 0.035$ W/m K. Hvilken kurve viser da korrekt temperaturprofil gjennom veggen ved stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold og stuetemperatur (for $x < 0$) og soveromstemperatur (for $x > 105$ mm) hhv 22°C og 12°C?

Med $0.25/0.035 \simeq 7$ ganger større varmeledningsevne i gips enn i glava har vi ca 7 ganger mindre temperaturendring pr lengdeenhet i gips enn i glava. Kurve D passer bra med dette.



h) To (tilnærmet uendelig) store parallelle metallplater holdes på fast temperatur hhv 300 K og 1500 K. (Disse platene kan med andre ord betraktes som to varmereservoarer.) En tredje metallplate settes inn mellom disse, som vist i figuren. Alle platene kan betraktes som perfekt svarte legemer som emitterer elektromagnetisk stråling ("varmestråling") i begge retninger. Det er vakuum i rommet mellom platene. Når stasjonære (dvs tidsuavhengige) forhold er etablert, hva er temperaturen på den midterste platen?

Ved stasjonære forhold er varmestrøm inn mot og ut fra midtplaten like store:

$$\sigma(T_1^4 + T_3^4) = 2\sigma T_2^4 \quad \Rightarrow \quad T_2 = ((T_1^4 + T_3^4)/2)^{1/4} = 1262 \text{ K}.$$

C) 1262 K

På neste side presenteres resten av den faste vitenskapelige staben ved Institutt for fysikk. Vi har tidligere presentert våre ansatte i løsningsforslagene til øving 1, 4, 5, 7 og 11.

Astropartikkelfysikk ved Institutt for fysikk

Institutt for fysikk har forskningsaktivitet innen teoretisk astropartikkelfysikk. KLIKK HER hvis du vil lese mer!

Figur 1: Jens Andersen, Michael Kachelriess, Jan Myrheim og Kåre Olaussen utgjør gruppen for astropartikkelfysikk ved Institutt for fysikk.

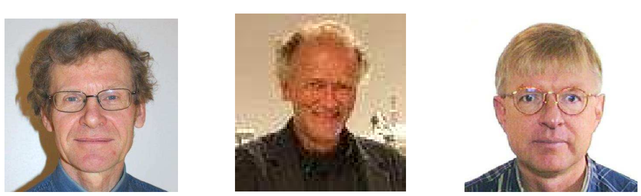
Elektronmikroskopi og røntgendiffraksjon ved Institutt for fysikk

Ved seksjon for kondenserte mediers fysikk står materialvitenskap i fokus. KLIKK HER hvis du vil lese mer om TEM og røntgenbaserte metoder.

Figur 2: Dag Breiby og Ragnvald Mathiesen benytter avanserte røntgenspredningsteknikker til å studere ulike funksjonelle materialer. Ton van Helvoort og Randi Holmestad anvender transmisjonselektronmikroskopi (TEM) til å karakterisere ulike materialer helt ned på atomært nivå.

Kvanteoptikk og komplekse materialer ved Institutt for fysikk

Ved seksjon for komplekse materialer jobber teoretikere og eksperimentalister side om side. KLIKK HER hvis du vil lese mer om kvanteoptikk, biopolymerer, nanostrukturerte overflater og myke materialer.



Figur 3: Arne Mikkelsen, Jon Otto Fossum og Bo-Sture Skagerstam holder på med henholdsvis biopolymerer, myke materialer og kvanteoptikk ved instituttets seksjon for komplekse materialer.