

Øving 6

Oppgave 1

- a) Bruk Maxwells hastighetskomponentfordeling $g(v_x)$ (se forelesningene) til å beregne $\langle |v_x| \rangle$, $\langle v_x^3 \rangle$ og $\langle v_x^4 \rangle$.
- b) Beregn middelerdien av invers fart, $\langle 1/v \rangle$, og sammenlign med den inverse av $\langle v \rangle$.

Oppgave 2

Minste hastighet V for å unnsnippe gravitasjonsfeltet til en planet med masse m og radius r er $V = \sqrt{2Gm/r}$, der G er gravitasjonskonstanten. La oss anta at molekylene i planetens atmosfære bør ha en "rms-hastighet", dvs $v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$, som er mindre enn $V/6$ dersom de på lang sikt (f.eks noen millioner år) ikke skal forsvinne ut i verdensrommet.

a) Vis at planetens overflatetemperatur da må oppfylle betingelsen $T < GMm/54Rr$ for at molekyler med molar masse M ikke skal forsvinne fra planetens atmosfære. Her er R gasskonstanten.

b) Bruk ulikheten i spm a til å vurdere muligheten for å finne hydrogen i atmosfæren til Jorda og Jupiter. Er ulikheten konsistent med at Jordas atmosfære er rik på nitrogen og oksygen? Hva med fraværet av atmosfære på månen?

[Jordas masse: $6.0 \cdot 10^{24}$ kg. Jordas radius: $6.4 \cdot 10^6$ m. Jupiters masse: $1.9 \cdot 10^{27}$ kg. Jupiters radius: $7.2 \cdot 10^7$ m. Månens masse: $7.4 \cdot 10^{22}$ kg. Månens radius: $1.7 \cdot 10^6$ m. Molare masser for H_2 , N_2 , O_2 : 2 g, 28 g, 32 g. Gasskonstanten: $R = 8.314$ J/mol K. Gravitasjonskonstanten: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 .]

Oppgave 3

Vis at inversjonskurven med van der Waals tilstandsligning er gitt ved

$$p(T) = \frac{a}{b^2} \left(-3T/T_0 + 4\sqrt{T/T_0} - 1 \right).$$

Her er $T_0 = 2a/Rb$, og a og b er parametrene i tilstandsligningen $p = RT/(V - b) - a/V^2$ (for stoffmengde 1 mol).

Oppgave 4.

a) Argon er en enatomig gass (dvs enkeltatomer) med atomdiameter ca 0.38 nm. Hvor stor andel av tilgjengelig volum okkuperer da argonatomene ved romtemperatur (300 K) og trykk 10^{-3} Pa (et ikke unormalt trykk i et elektronmikroskop, og blant folk som driver med overflatefysikk)? (Det oppgis at kuler har volum $4\pi r^3/3$.)

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| A) $7 \cdot 10^{-6}$ | B) $3 \cdot 10^{-6}$ |
| C) $7 \cdot 10^{-12}$ | D) $3 \cdot 10^{-12}$ |

b) Argon har atomnummer 18, og i tillegg til de 18 protonene er det 22 nøytroner i atomkjernen. (Den mest vanlige isotopen, som utgjør ca 99.6%.) Hva blir da (omtrent) midlere partikkelhastighet $\langle v \rangle$ i en argongass ved termodynamiske betingelser som i oppgave a?

- A) 4 m/s B) 400 m/s C) 40000 m/s D) 4000000 m/s
-

c) Hydrogenmolekylet, H_2 , har mulige ("tillatte") rotasjonsenergier

$$K_{\text{rot}}^{(l)} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I_0} \quad , \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Her er $\hbar = h/2\pi \simeq 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js (h = Plancks konstant), og $I_0 = md^2/2$ er molekylets treghetsmoment med hensyn på akser som står normalt på molekylets sylinder-symmetriakse, og som passerer gjennom molekylets massesenter. For hydrogenmolekylet er $\hbar^2/I_0 \simeq 15$ meV. Det oppgis dessuten at $k_B \simeq 0.086$ meV/K. La π_l være sannsynligheten for at et gitt molekyl er i "rotasjonstilstand" l , med rotasjonsenergi $K_{\text{rot}}^{(l)}$. Hva er da forholdet π_1/π_0 ved temperatur 77 K (flytende nitrogen)?

- A) ca 1.8 B) ca 0.1 C) ca 0.0001 D) ca 10^{-9}
-