1b)

Det sentrale kraftfeltet er gitt ved:

$$f(r) = -\frac{k}{r^2} + \frac{\beta}{r^3} \qquad \Rightarrow \qquad V(r) = -\frac{k}{r} + \frac{\beta}{2r^2}$$

Fra teorien er: $$\theta = \int \frac{\frac{1}{r^2}dr}{\sqrt{\frac{2mE}{l^2} - \frac{2mV}{l^2} - \frac{1}{r^2}}} + konst.$$

Innsetting av V og innføring av $u = \frac{1}{r}$ gir når konstanten utelates

$$\theta = -\int \frac{du}{\sqrt{\frac{2mE}{l^2} - \frac{2mku}{l^2} - \gamma^2 u^2}}$$, hvor $\gamma^2 = 1 + \frac{\beta m}{l^2}$

Benytter: $\int \frac{dx}{\sqrt{a + bx + cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{-c}} \arccos\left(-\frac{b + 2cx}{\sqrt{q}}\right)$, hvor $q = b^2 - 4ac$

Her velges $a = \frac{2mE}{l^2}$, $b = \frac{2mk}{l^2}$, $c = -\gamma^2 \Rightarrow q = \left(\frac{2mk}{l^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2E\gamma^2 l^2}{mk^2}\right)$,

$$-\frac{b + 2cu}{\sqrt{q}} = \frac{\frac{\gamma^2 l^2 u}{mk} - 1}{\sqrt{1 + \frac{2E\gamma^2 l^2}{mk^2}}}.$$ Definerer $\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2E\gamma^2 l^2}{mk^2}}$, $p = \frac{\gamma^2 l^2}{mk}$

Da blir $\theta = -\frac{1}{\gamma} \arccos \frac{\frac{p}{r} - 1}{\varepsilon}$,

Baneligningen er

(1) $\frac{p}{r} = 1 + \varepsilon \cos(\gamma\theta)$, hvor $\gamma = \sqrt{1 + \frac{m\beta}{l^2}} \approx 1 + \frac{m\beta}{2l^2}$

Antar $E < 0$. Da er ligning (1), ligningen for en ellipse med langsom presesjon.

Store halvakse: $a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}$ (slik som når $\gamma = 1$) $\Rightarrow$

$$a = \frac{\frac{\gamma^2 l^2}{mk}}{1 - \left(1 + \frac{2E\gamma^2 l^2}{mk^2}\right)} = \frac{k}{2|E|},$$ som for $\gamma = 1$.

Vanlig litenhetsparameter er $\eta = \frac{\beta}{ka}$, dvs. $\gamma = 1 + \frac{m\eta k a}{2l^2}$

Verdien $\eta = 1.42 \cdot 10^{-7}$ tilsvarer Merkurs perihelbevegelse, som er 43″ per hundre år.