

Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:

Professor Johan S. Høy

Tlf. 93654

Kontinuasjonseksamen i fag SIF4012 Fysikk 2
(og i fag 74233 Elektrisitet og magnetisme 1)

Tirsdag 3. august 1999

KL 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator

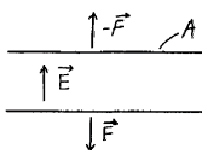
Rottmann: Matematisk Formelsamling

Barnett & Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

a) Utled uttrykket $C = \epsilon_0 A/d$ for kapasitansen til en luftfylt kondensator (kapasitans) bestående av plane parallelle plater som hver har areal A mens avstanden mellom dem (som anses liten) er lik d . ϵ_0 er permittiviteten til vakuum.

b)



Transparenter av plast som gnis mot papir blir ladet med elektrisitet og trekkes mot papiret. Ved en viss opplading vil en slik transparent med areal $A = 6,2 \text{ dm}^2$ trekkes mot papiret med en kraft lik sin vekt $F = 0,11 \text{ N}$ (som tilsvarer en masse av ca 11g) slik at den kan henge fast på undersiden av papiret når dette løstes. Hva blir (numerisk) størrelsen på den elektriske feltstyrken E mellom transparent og papir når de trekkes (separeres) fra hverandre ved denne oppladingen? [Hint: Betrakt transparent og papir som platene i en kondensator med motsatte ladninger Q og $-Q$ som er jevnt fordelt utover, og se på kraften på den ene platen på grunn av feltet fra den andre.]

Oppgitt: $\sigma = \epsilon_0 E$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

Transparenter av plast som gnis mot papir blir ladet med elektrisitet og trekkes mot papiret. Ved en viss opplading vil en slik transparent med areal $A = 6,2 \text{ dm}^2$ trekkes mot papiret med en kraft lik sin vekt $F = 0,11 \text{ N}$ (som tilsvarer en masse av ca 11g) slik at den kan henge fast på undersiden av papiret når dette løstes. Hva blir (numerisk) størrelsen på den elektriske feltstyrken E mellom transparent og papir når de trekkes (separeres) fra hverandre ved denne oppladingen? [Hint: Betrakt transparent og papir som platene i en kondensator med motsatte ladninger Q og $-Q$ som er jevnt fordelt utover, og se på kraften på den ene platen på grunn av feltet fra den andre.]

Oppgave 3

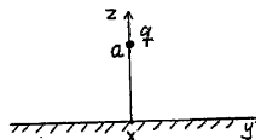
a) Utled hvordan elektriske ladninger er plassert på ledere i statisk likevekt (se bort fra hulrom for enkelthets skyld.)

En ladet metallkule berører innsiden av et lukket metallhulrom (dvs. hulrom i leder). Hva skjer med ladningen til metallkula?

Vis at sammenhengen mellom overflateladning (ladning pr. arealenhet) σ og elektrisk felt langs en metalloverflate er $\sigma = \epsilon_0 E$.

b)

En ladning q er plassert på z -aksen i posisjonen $z = a > 0$ over xy -planet som er en ledende metalloverflate. For denne situasjonen kan det vises at det elektriske potensialet V for $z > 0$ er gitt ved



$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(\rho^2 + (z-a)^2)^{3/2}} - \frac{1}{(\rho^2 + (z+a)^2)^{3/2}} \right)$$

der $\rho^2 = x^2 + y^2$, og ϵ_0 er permittiviteten for vakuum. (Dette er samme V som for to motsatte ladninger plassert i posisjonene $z=a$ og $z=-a$ på z -aksen.)

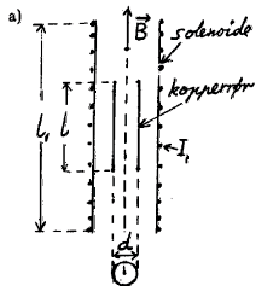
Skisser feltlinjer for det elektriske feltet E og tilhørende ekvipotensialflater i yz -planet for $z > 0$. Angi vinkelen mellom kurvene (linjene).

c) Det elektriske feltet E vil indusere overflateladning i metalflaten. Hva blir denne overflateladningen $\sigma = \sigma(\rho)$?

Oppgitt: $\oint E dA = Q$

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{e}_z$$

Oppgave 2.



Et rør av koppar med lengde l og diameter $d \ll l$ ligger inne i en lang solenoid (spole) som vist på figuren. Begge er sylindrerformet med felles sylindreakse. Strømstyrken I_1 i viklingene til solenoiden genererer et magnetfelt innenfor denne gitt ved

$$B = \mu_0 n I_1.$$

Her er μ_0 permeabiliteten for vakuum og n er tettheten av viklinger (antall viklinger pr. lengdeenhet).

Solenoiden har lengde $l_1 = 25 \text{ cm}$ og antall viklinger er $N_1 = 300$. Hva blir gjensidig induktans M mellom solenoiden og røret når $l = 10 \text{ cm}$ og $d = 10 \text{ mm}$? Hva blir tilsvarende selvinduktansen L til røret? [Hint: Betrakt røret som en spole med $N = 1$ vinding.]

b) En lang rett tråd av jern legges gjennom kopperrøret på langs (dvs. parallelt sylindreaksen). Tråden har sirkelformet tverrsnitt med diameter d ($d < d$) og dens relative permeabilitet er μ_r . Hva blir nå gjensidig induktans M , og selvinduktans L , uttrykt ved d_1 , d , μ_r , M og L ?

c) I kopperrøret vil det være en ohmsk motstand mot strømmen som blir indusert. Hva blir denne motstanden R når røret er tynnvegget med tykkelse $b = 0,5 \text{ mm}$ ($b \ll d$) og resistiviteten til koppar er $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$?

d) Bestem uttrykket for indusert elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$ i røret (dvs. rundt omkretsen av røret) når strømmen i solenoiden er vekselstrøm $I_1 = I_0 \sin \omega t$ og røret er luftfylt. Hva er størrelsen E til det tilhørende induserte elektriske feltet i røret?

e) Strømmen $I = I(t)$ rundt omkretsen av røret blir som i en vekselstrømkrets med motstand R og induktans L i serie der påtrykt spenning er $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$. Sett opp differensiallikningen som knytter sammen I og $\mathcal{E}$ for denne kretsen.

Oppgitt: $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$, $H_{1t} = H_{2t}$

$$\phi_{m2} = M I_1, \quad \phi_m = L I$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$