Kontinuasjonseksamen i fag SIF 4012 Fysikk 2, 3/8-99.

Forslag til løsning.

## Oppgave 1

a) Sammenhengen mellom overflateladning $\sigma$ og elektrisk felt er

$$\sigma = \varepsilon_0 E$$

Videre har en så $\sigma = Q/A$ og $E = V/d$ der $Q$ er ladningen på platene og $V$ er spenningen mellom disse. Av dette finner en så

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \frac{V}{d}$$

slik at kapasitansen blir

$$C = \frac{Q}{V} = \underline{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

b) Det elektriske feltet mellom platene er summen av feltene fra hver av platene. Hver plate gir like store bidrag da begge har ladning av samme størrelse men motsatt fortegn. (På yttersiden av de 2 platene er da også resulterende felt lik 0.) Feltet fra hver plate har følgelig størrelse $E_p = \frac{1}{2}E$. Den tiltrekkende kraften på den motsatte platen blir følgelig

$$F = Q E_p = \frac{1}{2} Q E = \frac{1}{2}\sigma A E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A E^2$$

$$E = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon_0 A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}11\ \mathrm{VAs/m}}{8{,}85\cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}\ 6{,}2\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2}} = \underline{\underline{6{,}3\cdot 10^{5}\ \mathrm{V/m}}}$$



## Oppgave 2.

a) Den magnetiske fluksen gjennom røret er gitt ved $(N=1)$

$$\Phi_2 = \int \vec{B}\, d\vec{A} = BAN = B\frac{\pi}{4}d^2 = \mu_0 n I_1 \frac{\pi}{4} d^2 = M I_1$$

Den gjensidige induktansen blir følgelig

$$M = n\mu_0 \frac{\pi}{4} d^2 = \mu_0 \frac{\pi}{4} d^2 \frac{N_1}{L_1} = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(0{,}01\mathrm{m})^2\cdot\frac{300}{0{,}25\mathrm{m}}$$

$$= 118\cdot 10^{-9}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} = \underline{1{,}18\cdot 10^{-7}\ \mathrm{H}}$$

Magnetfelt generert av strøm i røret

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{1}{L} I$$

Tilhørende fluks $(N=1)$

$$\Phi_m = B A N = B\cdot\frac{\pi}{4}d^2 = \mu_0 \frac{1}{\ell}\frac{\pi}{4} d^2 I = L I$$

Selvinduktansen blir

$$L = \mu_0 \frac{\pi}{4} d^2 \frac{1}{\ell} = 4\pi\cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\cdot\frac{\pi}{4}(0{,}01\mathrm{m})^2\cdot\frac{1}{0{,}1\,\mathrm{m}}$$

$$= \underline{0{,}987\cdot 10^{-9}\ \mathrm{H}}\ (\approx 10^{-9}\mathrm{H})$$

b) Magnetfeltet ligger parallelt med jerntråden og da kan en benytte grensebetingelsen $H_{1t} = H_{2t}$ for tangentialkomponenten. Har så

I luft: $B = \mu_0 H_{1t} = \mu_0 H$

I jern: $B_s = \mu_r \mu_0 H_{2t} = \mu_r \mu_0 H$



Følgelig: $B_s = \mu_r B$

Arealet av jerntråden er: $A_s = \frac{\pi}{4} d_s^2$

Resterende areal i røret: $A_r = A - A_s = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_s^2)$

Fluks med jerntråd i røret:

$$\Phi_{s2} = B A_r + B_s A_s = B(A - A_s) + \mu_r B A_s$$

$$= BA + (\mu_r - 1) A_s B = \left(1 + (\mu_r - 1)\frac{A_s}{A}\right) B$$

$$= \left(1 + (\mu_r - 1)\left(\frac{d_s}{d}\right)^2\right)\Phi_2$$

Gjensidig induktans blir følgelig

$$\underline{M_s = \left(1 + (\mu_r - 1)\left(\frac{d_s}{d}\right)^2\right) M}$$

Tilsvarende blir nå selvinduktansen

$$L_s = \underline{\left(1 + (\mu_r - 1)\left(\frac{d_s}{d}\right)^2\right) L}$$

c) Som strømkrets blir røret en motstand med lengde $s = \pi d$ (omkretsen av røret) og bredde $l$. Tverrsnittet av lederen er $A = bl$ slik at motstanden blir

$$R = \rho\frac{s}{A} = \rho\frac{\pi d}{bl} = 1{,}7\cdot 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}\ \frac{\pi\cdot 0{,}01\ \mathrm{m}}{5\cdot 10^{-4}\mathrm{m}\cdot 0{,}1\mathrm{m}}$$

$$= \underline{1{,}07\cdot 10^{-5}\ \Omega}$$



d) Fluksen i røret er som funnet foran:

$$\Phi_m = \Phi_{m2} = \mu_0 n \frac{\pi}{4} d^2 I_1 = M I_1 = M I_{10} \sin\omega t$$

Indusert elektromotorisk spenning

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \underline{\underline{-\omega M I_{01}\cos\omega t}}$$

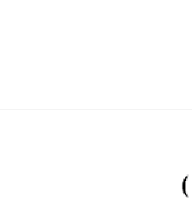
På grunn av symmetrien er det elektriske feltet konstant rundt røret (og tangensielt til dette). Følgelig har en $\mathcal{E} = \oint \vec{E}\,d\vec{s} = E\pi d$

og dermed

$$E = \underline{\frac{\mathcal{E}}{\pi d}}\left(= \frac{-\omega\mu_0\frac{\pi}{4}d^2\frac{N_1}{L_1}}{\pi d} I_{10}\cos\omega t\right.$$

$$\left.= \underline{-\frac{1}{4}\omega\mu_0 d\frac{N_1}{L_1} I_{10}\cos\omega t}\right)$$

e)




Spenning over motstanden: $V_R = RI$

Spenning over spolen: $V_L = L\frac{dI}{dt}$

Spenning rundt kretsen: $V_R + V_L = \mathcal{E}$

Den resulterende differensialligningen blir følgelig

$$\underline{L\frac{dI}{dt} + RI = \mathcal{E}}$$

## Oppgave 3

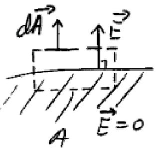
a)

I likevekt kan det ikke være noe elektrisk felt i ledere, dvs. $\vec{E}=0$ (ellers vil det gå strøm). Danner så et lukket volum inne i lederen og benytter Gauss lov ved å integrere over overflaten til dette volumet. Med $\vec{E}=0$ gir dette

$$Q = \varepsilon_0 \int \vec{E}\, d\vec{A} = 0$$

Dvs. nettoladningen $\underline{Q=0}$ innenfor et slikt volum. Følgelig må all nettoladning være plassert på overflaten

Når en ladet metallkule berører innsiden av et lukket metallhulrom vil hele ladningen overføres til ytterflaten av systemet da det ikke kan være nettoladning på innerflaten i likevekt (da $\vec{E}=0$ også i hulrommet).



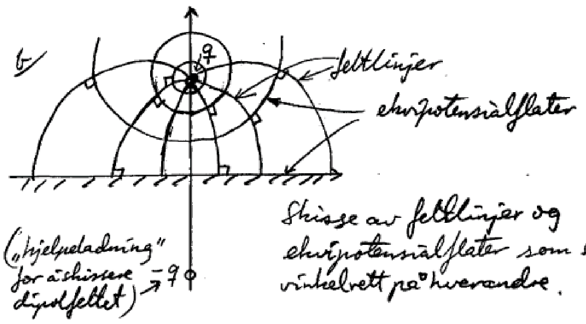

For å finne sammenhengen mellom $\vec{E}$ og $\sigma$ langs en metalloverflate kan en benytte Gauss lov. Ved å integrere over overflaten til det skisserte volumet finner en

$$\varepsilon_0 \int \vec{E}\, d\vec{A} = \varepsilon_0 E A = Q = \sigma A$$

$$\underline{\underline{\sigma = \varepsilon_0 E}}$$



b)




Skisse av feltlinjer og ekvipotensialflater som står vinkelrett på hverandre.

c) Det elektriske feltet er gitt ved $\vec{E}=-\nabla V$. For å finne overflateladningen trenger vi bare $\vec{E}$ for $z=0$ der bare $z$-komponenten $E_z$ er forskjellig fra 0.

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{z-a}{(\rho^2+(z-a)^2)^{1/2}} - \frac{z+a}{(\rho^2+(z-a)^2)^{1/2}}\right]$$

$$\xrightarrow[z\to 0]{} \underline{-\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{a}{(\rho^2+a^2)^{3/2}}}$$

Overflateladningen blir følgelig

$$\sigma = \varepsilon_0 E_z = \underline{\underline{-\frac{q}{2\pi}\frac{a}{(\rho^2+a^2)^{3/2}}}}$$