

Forslag til løsning

Oppgave 1

- a) Sammenhengen mellom overflateledning σ og elektrisk felt $\vec{E}$ blir som i oppgave 1 slik at

$$\sigma = \epsilon_0 E$$

Nå er videre $\sigma = Q/A$ og $E = V/d$ der V er spenningen mellom plattene slik at en finner

$$\frac{Q}{A} = \epsilon_0 \frac{V}{d}$$

og kapasitansen blir

$$C_0 = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Med konstant relativ permittivitet ϵ_r blir kapasitansen

$$C = \epsilon_r C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Numerisk

$$C = 50 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{AS}{V} \frac{1,2 \cdot 10^{-3} m^2}{3 \cdot 10^{-3} m} = 198 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V} \approx 200 pF$$

- b) Med dielektrisk medium vil overflateledning $\sigma = \epsilon_r \epsilon_0 E$ erstattes med

$$D = \sigma = Q/A$$

Detta er også verdien til D mellom plattene, dvs

$$D_2 = D = D(z) = \frac{Q}{A} \quad (= \text{konst})$$

da det ikke finnes fri romledning mellom plattene.

Det elektriske feltet følger nå fra $\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$

$$E_z = E = E(z) = \frac{1}{\epsilon_r \epsilon_0} D = \frac{1}{a+bz} \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \left(\sigma = \frac{Q}{A} \right)$$

Eksamen: fag SIF4012

Fysikk 3/5C-01

①

C

②

Polariseringen blir følgende

$$P_z = P = P(z) = D - \epsilon_0 E = \sigma \left(1 - \frac{1}{a+bz} \right)$$

Potensialforskjellen (spenningen) mellom plattene finnes nå ved å integrere det elektriske feltet

$$\begin{aligned} V &= - \int_0^d \vec{E} dz = - \int_0^d E_z dz = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_0^d \frac{dz}{a+bz} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{1}{b} \ln(a+bz) \right]_0^d \\ &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{1}{b} (\ln(a+bd) - \ln a) = \frac{\sigma}{\epsilon_0 b} \ln \left(1 + \frac{b}{a} d \right) \end{aligned}$$

Kapasitansen blir

$$C_V = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\epsilon_0 b} \ln \left(1 + \frac{b}{a} d \right)} = \epsilon_0 \frac{b A}{\ln \left(1 + \frac{b}{a} d \right)}$$

Fri romledingstetthet er gitt ved $J = \nabla \vec{D}$ og samlet (nett) er gitt ved $J_0 = \epsilon_0 \nabla \vec{E}$. Følgelig er bunden romledingstetthet gitt ved

$$J_0 = J_0(z) = J_0 - J = \epsilon_0 \nabla \vec{E} - \nabla \vec{D} = - \nabla \vec{P} = \frac{\partial P_z}{\partial z} \hat{z} = \sigma \frac{b}{(a+bz)^2}$$